

MATH121b
Série 3 : Intégrales.

Exercice 1

Calculer les intégrales et primitives suivantes :

1. $A = \int_0^1 x^2 + 4x^3 dx$, $B = \int_0^1 (2x + 3)(x^2 + 3x - 5)^3 dx$.
2. $C = \int_1^3 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$, $D = \int_4^9 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$.
3. $E = \int_0^2 x^2 dx - \int_0^1 x^2 dx + \int_2^1 x^2 dx$, $F = \int_2^0 \sqrt{|1-x|} dx$.
4. $G = \int_0^2 a^t dt$ pour $a > 0$ et $a \neq 1$.
5. $H = \int \frac{\ln x}{x} dx$, $I = \int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$.
6. $J = \int_{-\pi}^{\pi} x \sin(3x) dx$, $K = \int x^2 e^x dx$, $L = \int \ln x dx$.

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes en utilisant le changement de variable indiqué :

$$\int_0^1 \frac{2e^x}{e^x + e^{-x}} dx \quad (t = e^x) \qquad \int_1^2 t^3 e^{-t^2} dt \quad (v = t^2)$$

Exercice 3

Soient a un réel et f une fonction continue sur \mathbb{R} :

1. Montrer que si f est paire alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$
2. Montrer que si f est impaire alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.
3. Dédurre des questions précédentes (**sans calcul**) la valeur de :

$$\int_{-1}^1 (x^2 + 1) \cos(x) \sin(x) dx$$