

## MATH121b

SECOND CONTRÔLE CONTINU – 23.11.2012

DURÉE : 1 HEURE.

**Les documents, calculatrices, et autres appareils électroniques ne sont pas autorisés.**  
*Le barème indiqué est donné à titre indicatif. Il peut évoluer.*

**Exercice 1 (7pts)** On s'intéresse à la fonction  $g$  définie par

$$g(t) = \frac{e^t - 4e^{-t}}{e^t - e^{-t}}$$

1. Donner le domaine de définition de  $g$ .
2. Calculer la valeur de  $g$  en  $\ln(2)$ . (On donnera le résultat sous forme entière).
3. Calculer les limites de  $g$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .
4. Établir le tableau de variation de  $g$ .
5. Tracer le graphe de  $g$ . (On fera apparaître clairement les branches infinies et intersections avec les axes).

**Exercice 2 (8pts)**

1. Calculer à l'aide d'une intégration par partie l'intégrale  $I$  :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin\left(\frac{t}{2}\right) dt$$

2. Effectuer le calcul de primitive suivant :

$$\int \frac{t}{t^2 + 1} dt$$

3. En déduire les solutions de l'équation différentielle :

$$y' - \frac{t}{t^2 + 1}y = 0$$

4. Quelle solution de (E) vérifie  $y(0) = 2$  ?

**Exercice 3 (5pts)** On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$y'' - y' - 2y = (2t + 1)e^t$$

1. Donner l'équation homogène (H) associée à (E) et les solutions de (H).
2. Trouver une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).