

MATH121b

SECOND CONTRÔLE CONTINU – 23.11.2012

DURÉE : 1 HEURE.

Les documents, calculatrices, et autres appareils électroniques ne sont pas autorisés.
Le barème indiqué est donné à titre indicatif. Il peut évoluer.

Exercice 1 (7pts) On s'intéresse à la fonction g définie par

$$g(t) = \frac{e^t - 4e^{-t}}{e^t - e^{-t}}$$

1. Donner le domaine de définition de g .
2. Calculer la valeur de g en $\ln(2)$. (On donnera le résultat sous forme entière).
3. Calculer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.
4. Établir le tableau de variation de g .
5. Tracer le graphe de g . (On fera apparaître clairement les branches infinies et intersections avec les axes).

Exercice 2 (8pts)

1. Calculer à l'aide d'une intégration par partie l'intégrale I :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin\left(\frac{t}{2}\right) dt$$

2. Effectuer le calcul de primitive suivant :

$$\int \frac{t}{t^2 + 1} dt$$

3. En déduire les solutions de l'équation différentielle :

$$y' - \frac{t}{t^2 + 1}y = 0$$

4. Quelle solution de (E) vérifie $y(0) = 2$?

Exercice 3 (5pts) On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$y'' - y' - 2y = (2t + 1)e^t$$

1. Donner l'équation homogène (H) associée à (E) et les solutions de (H).
2. Trouver une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).