

Variété PN et séparation des variables

La méthode de séparation des variables pour trouver les solutions d'une équation différentielle consiste à construire une famille adéquate de nouvelles variables, dans lesquelles le problème se transforme en un système d'équations différentielles indépendantes du premier ordre, pouvant se résoudre séparément par quadratures. Pour une équation différentielle donnée, il est en général difficile de savoir si une telle famille de variables existent et aussi comment en construire.

Cette problématique sera abordée dans le cadre des systèmes hamiltonniens complètement intégrables. Dans un premier temps, nous rappellerons ce contexte et son approche géométrique en termes de "variétés PN" (ou Poisson-Nijenhuis). En se plaçant dans un cadre générique ou analytique, nous donnerons ensuite une caractrisation géométrique des familles "d'intégrales premières" ayant la propriété de séparation des variables et nous exhiberons une méthode pour en construire.