

info502 : Théorie des langages
TD 5 : grammaires hors contexte

Pierre Hyvernât

Laboratoire de mathématiques de l'université Savoie Mont Blanc

bâtiment Chablais, bureau 17, poste : 94 22

email : Pierre.Hyvernât@univ-smb.fr

www : <http://www.lama.univ-smb.fr/~hyvernât/>

Exercice 1 : langages non réguliers

Question 1. Utilisez le lemme de pompage pour montrer que sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, le langage $D = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ n'est pas régulier. Justifiez attentivement votre réponse.

Que pensez-vous du même langage sur l'alphabet $\Sigma = \{a\}$?

Question 2. Utilisez le lemme de pompage pour montrer que le langage $L = \{a^n b^m \mid n < m\}$ n'est pas régulier. Justifiez attentivement votre réponse.

Même question pour le langage $L' = \{a^n b^m \mid n > m\}$.

Question 3. Montrez, en réduisant le problème à la régularité de $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ que le langage P des mots bien parenthésés n'est pas régulier.

Exercice 2 : forme de Backus-Naur

Question 1. Donnez une grammaire BNF ("Backus-Naur form") qui reconnaît exactement les langages réguliers suivants :

- $aa^*(a + b + c)^*$
- $(a + b)^*(b + c)^*$

Donnez tous les arbres de réductions montrant que le mot aa appartient à ces langages.

Question 2. Donnez une grammaire BNF pour les langages suivants :

- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$,
- l'ensemble des *palindromes* sur l'alphabet $\{c, d, e\}$,
- l'ensemble des mots bien parenthésés.

Donnez les arbres de réductions pour les mots $aaabbb$, $ccecc$ et $((()()))$.

Question 3. On considère l'équation régulière $X = (aXb^2 + bXaXb + bbXa)^*$.

Donnez une grammaire BNF correspondante.

Donnez des arbres de réduction montrant que $babbba \in L$ et $baaabbbbbb \in L$.

Essayez de caractériser exactement le langage correspondant.

Question 4. Trouvez une grammaire BNF pour le langage $L = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Donnez également une équation régulière (la plus simple possible) définissant ce langage.

Donnez un arbre de réduction montrant que $aaababbabb \in L$.

Exercice 3 : applications

Question 1. Donnez une grammaire BNF pour le langage des listes d'entiers décimaux en Python :

- un entier décimal contient au moins un chiffre et ne commence pas par "0" (sauf si tous les chiffres sont des "0"),
- une liste est notée avec un "[" initial et un "]" final,
- les éléments de la liste sont séparés par des virgules ",".

Donnez un arbre de dérivations pour `[-1,0]` et essayer de vérifier que votre grammaire n'est pas ambiguë.

Remarque : Voici des exemples de listes valides :

`[] [11, +12, -1000] [-000]`

et voici des exemples de listes invalides :

`[,] [1,2,3,] [,1,2] [01]`

Question 2. Le langage des listes d'entiers de la question précédente est-il régulier ?

Question 3. Donnez une grammaire BNF simple pour les expressions régulières à la Kleene sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$.

Si votre grammaire est ambiguë, donnez une grammaire reconnaissant le même langage qui ne soit pas ambiguë.

Donnez les arbres de dérivations pour les expressions régulières $ab^* + c + 1$.

Exercice 4 : pour aller plus loin...

Question 1. Cherchez une grammaire BNF pour le langage $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$