

info623 : Théorie des langages
TD 6 : grammaires hors contexte

Pierre Hyvernât
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22
email : Pierre.Hyvernât@univ-savoie.fr
www : <http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernât/>

Exercice 1 : Forme de Backus-Naur

Question 1. Donnez une grammaire BNF (“Backus-Naur form”) qui reconnait exactement les langages réguliers suivants :

- $aa^*(a + b + c)^*$
- $(a + b + c)^*aa^*$
- $(a + b)^*(b + c)^*$
- $(ab + bc^*)^*aa(ab + bc + ca)^*$

Donnez tous les arbres de réductions montrant que le mot aa appartient à ces langages.

Question 2. Donnez une grammaire BNF pour les langages suivants :

- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$,
- l'ensemble des *palindromes* sur l'alphabet $\{c, d, e\}$,
- l'ensemble des mots bien parenthésés.

Donnez les arbres de réductions pour les mots $aaabbb$, $ccecc$ et $((()()))$.

Question 3. Donnez des grammaires BNF pour les langages suivants :

- $L_1 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$,
- $L_2 = \{a^n b^m c^m d^n \mid n \geq 0, m \geq 0\}$,
- $L = L_1 \cup L_2$.

Donnez l'arbre de réduction pour $aabcbd \in L$, $abbccd \in L$ et $aabbccdd \in L$.

Ces langages sont ils réguliers ?

Question 4. On considère l'équation régulière $X = (aXb^2 + bXaXb + bbXa)^*$.

Donnez une grammaire BNF correspondante.

Donnez des arbres de réduction montrant que $babbba \in L$ et $baaabbbbbb \in L$.

Essayez de caractériser exactement le langage correspondant.

Question 5. Trouvez une grammaire BNF pour le langage $L = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Donnez également une equation régulière (la plus simple possible) définissant ce langage.

Donnez un arbre de réduction montrant que $aaababbabb \in L$.

Exercice 2 : Applications

Question 1. Donnez une grammaire BNF pour le langage des listes d'entiers décimaux en Python :

- un entier décimal contient au moins un chiffre et ne commence pas par “0” (sauf si tous les chiffres sont des “0”),
- une liste est notée avec un “[” initial et un “]” final,
- les éléments de la liste sont séparés par des virgules “,”.

Donnez un arbre de dérivations pour $[-1,0]$ et essayer de vérifier que votre grammaire n'est pas ambiguë.

Remarque : Voici des exemples de listes valides :

$[\]$ $[11, +12, -1000]$ $[-000]$

et voici des exemples de listes invalides :

$[,]$ $[1,2,3,]$ $[,1,2]$ $[01]$

Question 2. Le langage des listes d'entiers de la question précédente est-il régulier ?

Question 3. Donnez une grammaire BNF simple pour les expressions régulières à la Kleene sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$.

Si votre grammaire est ambiguë, donnez une grammaire reconnaissant le même langage qui ne soit pas ambiguë.

Donnez les arbres de dérivations pour les expressions régulières $ab^* + c + 1$.

Exercice 3 : Questions difficiles (???)

Question 1. Cherchez une grammaire BNF pour le langage $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

Question 2. Cherchez une grammaire BNF non ambiguë pour le langage L de la question 3, exercice 1.