

Etude d'écoulement mixte en conduite fermées

Christian Bourdarias et **Stéphane Gerbi**

LAMA - Université de Savoie

CEMAGREF Lyon, 10 Octobre 2007



Sommaire

- 1 Motivations
- 2 Modélisation
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré
 - Approximation Volumes Finis décentré
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



Sommaire

- 1 Motivations
- 2 Modélisation
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré
 - Approximation Volumes Finis décentré
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



Motivations

Dimensionnement des installations hydrauliques où peuvent co-exister deux types d'écoulement : à surface libre, en charge

- conduites d'amenée, en aval des barrages
- conduites reliant deux lacs ou deux rivières ou ...
- égouts, évacuation des eaux de pluie (orages, ...)

Tous les phénomènes associés peuvent être très violents



Motivations

Dimensionnement des installations hydrauliques où peuvent co-exister deux types d'écoulement : à surface libre, en charge

- conduites d'amenée, en aval des barrages
- conduites reliant deux lacs ou deux rivières ou ...
- égouts, évacuation des eaux de pluie (orages, ...)

Tous les phénomènes associés peuvent être très violents



Quelques conduites



une conduite forcée



un égout de Paris

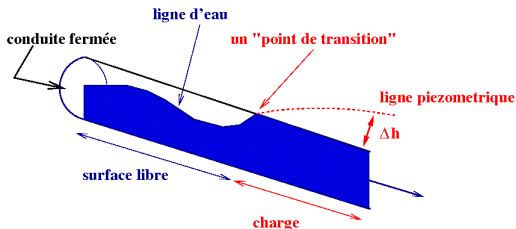


l'Orange-Fish Tunnel



Qu'est ce qu'un écoulement mixte ?

- **Zones à surface libre** : la section de conduite n'est pas pleine. Liquide incompressible...
- **Zones en charge** : la section de conduite est pleine. Liquide faiblement compressible...

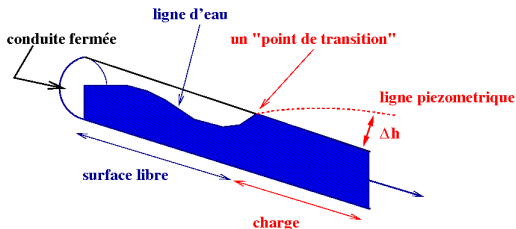


$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho_0 g}$$



Qu'est ce qu'un écoulement mixte ?

- **Zones à surface libre** : la section de conduite n'est pas pleine. Liquide incompressible...
- **Zones en charge** : la section de conduite est pleine. Liquide faiblement compressible...

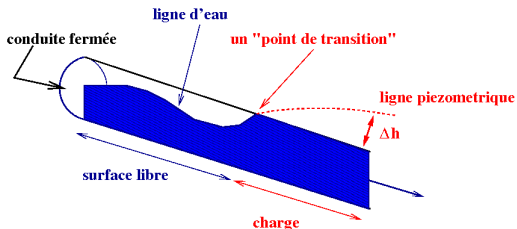


$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho_0 g}$$



Qu'est ce qu'un écoulement mixte ?

- **Zones à surface libre** : la section de conduite n'est pas pleine. Liquide incompressible...
- **Zones en charge** : la section de conduite est pleine. Liquide faiblement compressible...



$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho_0 g}$$



Sommaire

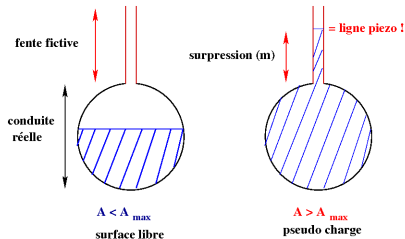
- 1 Motivations
- 2 **Modélisation**
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré
 - Approximation Volumes Finis décentré
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



La fente piézométrique (Cunge et Wegner 1965)

Garcia-Navarro *et al.* (1994), **Zech** *et al.* (1997), avec une méthode de caractéristiques.

Baines *et al.* (1992), **Tseng** (1999), avec un schéma de type Roe.



Intérêt

On utilise uniquement les équations de Saint-Venant. Très simple à mettre en oeuvre ...

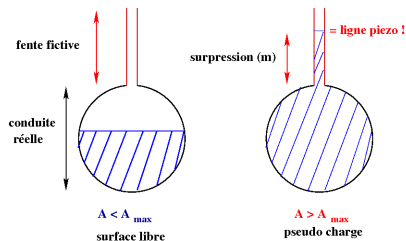




La fente piézométrique (Cunge et Wegner 1965)

Garcia-Navarro *et al.* (1994), **Zech** *et al.* (1997), avec une méthode de caractéristiques.

Baines *et al.* (1992), **Tseng** (1999), avec un schéma de type Roe.



Inconvénients

- vitesse d'onde en pseudo-charge $\simeq \sqrt{A_{max}/b}$
- coup de bélier
- dépressions : vues comme passages SL



Eau incompressible ?

Hamam et McCorquodale (82)

"rigid water column approach" : une hypothétique bulle d'air subit un processus de compression-dilatation ...

La compressibilité de l'eau n'est pas prise en compte



Eau compressible ?

Trieu Dong (1991)

Méthode numérique (différences finies) basée sur l'étude, dans chaque maille, des équations de continuité et de quantité de mouvement pour chaque type de configuration.

Prise en compte la compressibilité de l'eau et la dilatabilité de la conduite

Musandji Fuamba (2002)

Saint-Venant (surface libre) et fluide compressible (en charge) avec méthode des caractéristiques.



Quel modèle ?

Ecoulements à surface libre : Equations de Saint-Venant

- Ecoulement unidimensionnel
- Accélérations négligeables dans la direction perpendiculaire à l'axe d'écoulement
- Effets de viscosité négligeables par rapport aux frottements sur les parois
- Parois imperméables et non dilatables



Système de Saint Venant

A représente l'aire mouillée, Q le débit.

Equations de Saint-Venant

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + g h_1(A) \cos \theta \right) = -g A \frac{\partial Z}{\partial x} - g K(A) \frac{Q |Q|}{A} + g h_2(A)$$

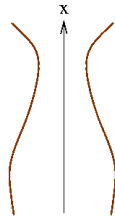
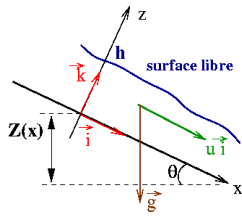
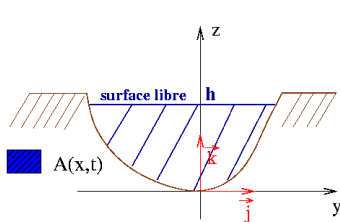


Termes de pression

Sous l'hypothèse hydrostatique on a :

$$I_1(A) = \int_0^y (y - z) \sigma(x, z) dz$$

$$I_2(A) = \int_0^y (y - z) \frac{\partial \sigma(x, z)}{\partial x} dz = \text{terme source de pression}$$



Quel modèle ?

Ecoulements en charge

Dans la littérature : les équations d'Allievi

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial P}{\partial x} = -\alpha Q |Q|$$

Des termes sont négligés \longrightarrow elles ne permettent pas une formulation conservative

Modéliser les écoulements en charge par un système conservatif "proche" des équations de Saint-Venant



Quel modèle ?

Ecoulements en charge

Dans la littérature : les équations d'Allievi

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{c^2}{g A} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial P}{\partial x} = -\alpha Q |Q|$$

Des termes sont négligés → elles ne permettent pas une formulation conservative

Modéliser les écoulements en charge par un système conservatif "proche" des équations de Saint-Venant



Quel modèle ?

Ecoulements en charge

Dans la littérature : les équations d'Allievi

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial P}{\partial x} = -\alpha Q |Q|$$

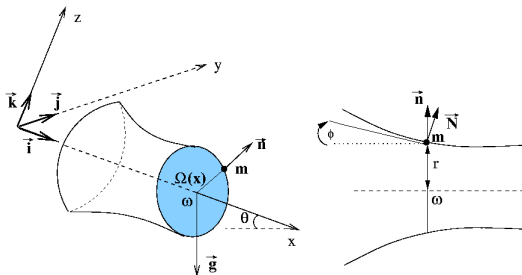
Des termes sont négligés \longrightarrow elles ne permettent pas une formulation conservative

Modéliser les écoulements en charge par un système conservatif "proche" des équations de Saint-Venant



Le modèle en charge

Une démarche possible



- Ecrire les équations d'Euler compressibles

- Hypothèse de compressibilité de Boussinesq : $\rho - \rho_0 = \frac{\rho - \rho_0}{\beta \rho_0}$

- Valeurs moyennes de u et ρ sur $\Omega(x, t)$

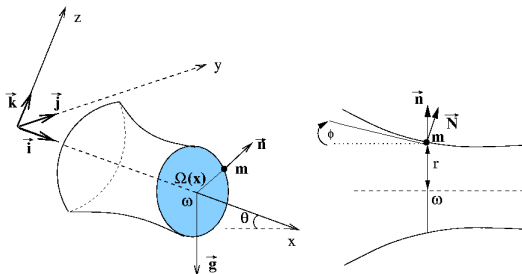
- $\overline{\rho u} \simeq \bar{\rho} \bar{u}$ et $\overline{\rho u^2} \simeq \bar{\rho} \bar{u}^2$.

- $\bar{Q} = A \bar{u}$.



Le modèle en charge

Une démarche possible



- Ecrire les équations d'Euler compressibles

- Hypothèse de compressibilité de Boussinesq : $\rho - \rho_0 = \frac{\rho - \rho_0}{\beta \rho_0}$

- Valeurs moyennes de u et ρ sur $\Omega(x, t)$

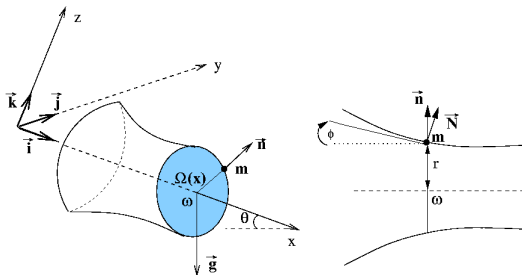
- $\overline{\rho u} \simeq \bar{\rho} \bar{u}$ et $\overline{\rho u^2} \simeq \bar{\rho} \bar{u}^2$.

- $\bar{Q} = A \bar{u}$.



Le modèle en charge

Une démarche possible



- Ecrire les équations d'Euler compressibles

- Hypothèse de compressibilité de Boussinesq : $\rho - \rho_0 = \frac{\rho - \rho_0}{\beta \rho_0}$

- Valeurs moyennes de u et ρ sur $\Omega(x, t)$

- $\overline{\rho u} \simeq \bar{\rho} \bar{u}$ et $\overline{\rho u^2} \simeq \bar{\rho} \bar{u}^2$.

- $\bar{Q} = A \bar{u}$.



Le modèle en charge

Le modèle

Variables conservatives : $M = \rho A$, $D = \rho Q$ Vitesse du son au point x : $a(x) = \Psi(x) c$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho_0}} \quad 0 < \Psi(x) \leq 1 \quad .$$

Conservation de la masse

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial x} = 0.$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D^2}{M} + a^2 M \right) = -g M \frac{\partial Z}{\partial x} - g K(A) \frac{D|D|}{M} + M \frac{\partial a^2}{\partial x} + a^2 M \frac{\partial \ln A}{\partial x}$$



Le modèle en charge

Le modèle

Variables conservatives : $M = \rho A$, $D = \rho Q$ Vitesse du son au point x : $a(x) = \Psi(x) c$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho_0}} \quad 0 < \Psi(x) \leq 1 \quad .$$

Conservation de la masse

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial x} = 0.$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D^2}{M} + a^2 M \right) = -g M \frac{\partial Z}{\partial x} - g K(A) \frac{D|D|}{M} + M \frac{\partial a^2}{\partial x} + a^2 M \frac{\partial \ln A}{\partial x}$$



Le modèle en charge

Saint-Venant Like !

“aire mouillée équivalente SL” A_{eq} , “débit équivalent SL” Q_{eq} :

$$M = \rho A_{max} = \rho_0 A_{eq} \quad \text{et} \quad D = \rho Q = \rho_0 Q_{eq}$$

Modèle en charge : conduite uniforme

$$\frac{\partial A_{eq}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{eq}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q_{eq}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_{eq}^2}{A_{eq}} + c^2 A_{eq} \right) = -g A_{eq} \frac{\partial Z}{\partial x} - g K \frac{Q_{eq} |Q_{eq}|}{A_{eq}}$$

C'est formellement Saint-Venant, **aux termes de pression près**



Le modèle mixte

$$A = A_{eq}, \quad Q = Q_{eq}$$

Modèle mixte

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \right) = -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - gK(A, E) \frac{Q|Q|}{A}$$

avec la loi de pression suivante (E : état de l'écoulement)

$$\begin{cases} p(x, A, E) = g l_1(A) \cos \theta(x) & \text{si } E = SL, \\ p(x, A, E) = g l_1(A_{max}) \cos \theta(x) + c^2 (A - A_{max}) & \text{si } E = CH. \end{cases}$$



Sommaire

- 1 Motivations
- 2 Modélisation
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré**
 - **Approximation Volumes Finis décentré**
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



Système sous forme conservative

$$\partial_t U + \partial_x F(x, U) = G(x, U)$$

Variable conservative et flux

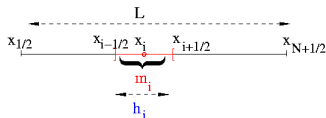
$$U = \begin{pmatrix} A \\ Q \end{pmatrix} \quad F(x, U) = \begin{pmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \end{pmatrix}$$

Terme source

$$G(x, U) = \begin{pmatrix} 0 \\ -g A \partial_x z - g K(A) \frac{Q|Q|}{A} \end{pmatrix}$$



Principe de la discrétisation Volumes Finis d'après Gallouet et al.



$U_i^n \simeq$ valeur moyenne de U sur m_i au temps $t_n = n\Delta t$.

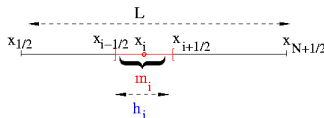
Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis classique

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(F \left(U_{i+1/2}^*(0^-, U_i, U_{i+1}) \right) - F \left(U_{i-1/2}^*(0^+, U_{i-1}, U_i) \right) \right) + \Delta t G(x_i, U_i^n)$$



Principe de la discrétisation Volumes Finis d'après Gallouet et al.



$U_i^n \simeq$ valeur moyenne de U sur m_i au temps $t_n = n\Delta t$.

Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

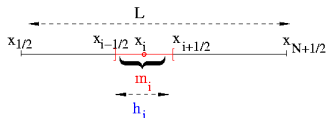
Schéma Volumes Finis classique

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(F \left(U_{i+1/2}^*(0^-, U_i, U_{i+1}) \right) - F \left(U_{i-1/2}^*(0^+, U_{i-1}, U_i) \right) \right) + \Delta t G(x_i, U_i^n)$$

$U_{i+1/2}^*(\xi = x/t, U_i, U_{i+1})$: solution *exacte ou approchée* du problème de Riemann avec U_i et U_{i+1} respectivement comme états gauche et droit



Principe de la discrétisation Volumes Finis d'après Gallouet et al.



$U_i^n \simeq$ valeur moyenne de U sur m_i au temps $t_n = n\Delta t$.

Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis classique

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(F \left(U_{i+1/2}^*(0^-, U_i, U_{i+1}) \right) - F \left(U_{i-1/2}^*(0^+, U_{i-1}, U_i) \right) \right) + \Delta t G(x_i, U_i^n)$$

Le schéma ne conserve pas les états d'équilibre et est très instable



Principe des schémas décentrés d'après Leroux et al.

- On rajoute l'équation : $\partial_t Z = 0$
- Nouvelle inconnue : $W = (Z, A, Q)^t$

Formulation non conservative

$$\partial_t W + \partial_x \Phi(x, W) = TS(W)$$

$$\Phi(x, W) = \begin{pmatrix} 0 \\ Q \\ \frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \end{pmatrix} \quad TS(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -gK(A) \frac{Q|Q|}{A} \end{pmatrix}$$



Principe des schémas décentrés d'après Leroux et al.

- On rajoute l'équation : $\partial_t Z = 0$
- Nouvelle inconnue : $W = (Z, A, Q)^t$

Formulation non conservative

$$\partial_t W + \partial_x \Phi(x, W) = TS(W)$$

$$\Phi(x, W) = \begin{pmatrix} 0 \\ Q \\ \frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \end{pmatrix} \quad TS(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -gK(A) \frac{Q|Q|}{A} \end{pmatrix}$$



Principe des schémas décentrés d'après Leroux et al.

- On rajoute l'équation : $\partial_t Z = 0$
- Nouvelle inconnue : $W = (Z, A, Q)^t$

Formulation non conservative

$$\partial_t W + \partial_x \Phi(x, W) = TS(W)$$

$$\Phi(x, W) = \begin{pmatrix} 0 \\ Q \\ \frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \end{pmatrix} \quad TS(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -gK(A) \frac{Q|Q|}{A} \end{pmatrix}$$



Principe des schémas décentrés d'après Leroux et al.

Formulation non conservative

$$W = (Z, A, Q)^t$$

$$\partial_t W + B(x, W) \partial_x W = TS(W)$$

$$B(x, W) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & c^2 - u^2 & 2u \end{pmatrix}$$

$$TS(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -gK(A) \frac{Q|Q|}{A} \end{pmatrix}$$



- Z constant sur la maille m_i
- Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis décentré

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(\Phi(W_{i+1/2}^*(0^-, W_i^n, W_{i+1}^n)) - \Phi(W_{i-1/2}^*(0^+, W_{i-1}^n, W_i^n)) \right) + \Delta t TS_i^n$$



- Z constant sur la maille m_i
- Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis décentré

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(\Phi(W_{i+1/2}^*(0^-, W_i^n, W_{i+1}^n)) - \Phi(W_{i-1/2}^*(0^+, W_{i-1}^n, W_i^n)) \right) + \Delta t TS_i^n$$



- Z constant sur la maille m_i
- Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis décentré

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(\Phi(W_{i+1/2}^*(0^-, W_i^n, W_{i+1}^n)) - \Phi(W_{i-1/2}^*(0^+, W_{i-1}^n, W_i^n)) \right) + \Delta t TS_i^n$$

Problème de Riemann

$W_{i+1/2}^*(\xi = x/t, W_i^n, W_{i+1}^n)$ solution du problème de Riemann linéaire

$$\partial_t W + \tilde{J} \partial_x W = 0$$

$$W = (Z, A, Q) = \begin{cases} W_i^n = (Z_i, A_i^n, Q_i^n)^t & \text{si } x < 0 \\ W_{i+1}^n = (Z_{i+1}, A_{i+1}^n, Q_{i+1}^n)^t & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



- Z constant sur la maille m_i
- Par intégration sur $m_i \times (t_n, t_{n+1})$:

Schéma Volumes Finis décentré

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{h_i} \left(\Phi(W_{i+1/2}^*(0^-, W_i^n, W_{i+1}^n)) - \Phi(W_{i-1/2}^*(0^+, W_{i-1}^n, W_i^n)) \right) + \Delta t TS_i^n$$

Les termes de pentes Z n'apparaissent pas directement dans le schéma mais dans la solution du problème de Riemann



L'interface $x_{i+1/2}$ n'est pas un point de transition

Problème de Riemann

$$\partial_t W + \tilde{J} \partial_x W = 0$$

$$W = (Z, A, Q) = \begin{cases} W_i^n = (Z_i, A_i^n, Q_i^n)^t & \text{si } x < 0 \\ W_{i+1}^n = (Z_{i+1}, A_{i+1}^n, Q_{i+1}^n)^t & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\tilde{J} = \tilde{J}(W_i^n, W_{i+1}^n) = B \left(x_{i+1/2}, \frac{W_i^n + W_{i+1}^n}{2} \right)$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \tilde{u}_{i+1/2}^n - c \text{ et } \lambda_3 = \tilde{u}_{i+1/2}^n + c \quad \text{avec } \tilde{u}_{i+1/2}^n = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{A_i + A_{i+1}}$$

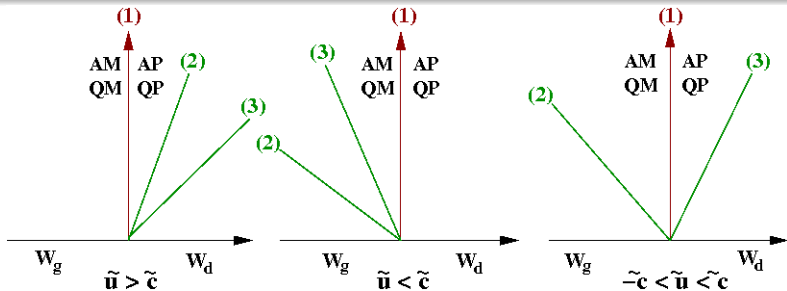


L'interface $x_{i+1/2}$ n'est pas un point de transition

Problème de Riemann

$$\partial_t W + \tilde{J} \partial_x W = 0$$

$$W = (Z, A, Q) = \begin{cases} W_i^n = (Z_i, A_i^n, Q_i^n)^t & \text{si } x < 0 \\ W_{i+1}^n = (Z_{i+1}, A_{i+1}^n, Q_{i+1}^n)^t & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



L'interface $x_{i+1/2}$ est un point de transition

Les états UM et UP solutions d'un problème de Riemann linéaire

mais à matrice $\tilde{J}(U_g, U_d)$ discontinue

$w = (Q_d - Q_g)/(A_d - A_g)$ une approx. de la vitesse du point de transition sur un pas de temps

U_g, U^- et U_d, U^+ sont de même nature : CH ou SL

Pour $x < w t$ $\tilde{J}(U_g, U_d) = DF(\tilde{U}_g)$ avec $\tilde{U}_g = \frac{U_g + U^-}{2}$

Pour $x > w t$ $\tilde{J}(U_g, U_d) = DF(\tilde{U}_d)$ avec $\tilde{U}_d = \frac{U_d + U^+}{2}$

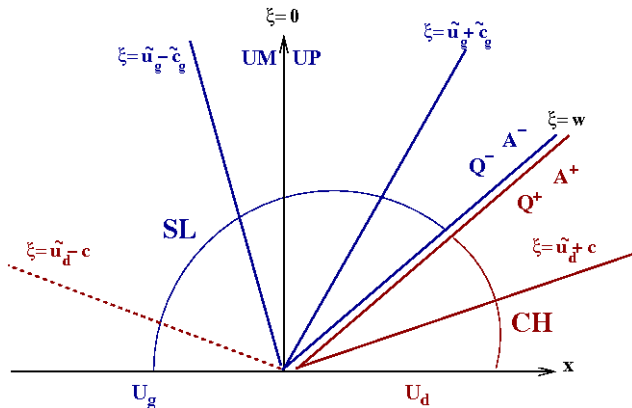
Relations de saut de Rankine-Hugoniot à travers l'interface

$$\begin{aligned} Q^+ - Q^- &= w(A^+ - A^-) \\ F_2(A^+, Q^+) - F_2(A^-, Q^-) &= w(Q^+ - Q^-) \\ F_2(A, Q) &= \frac{Q^2}{A} + p(A) \end{aligned}$$



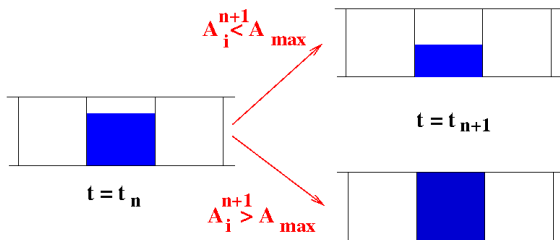
Approximation Volumes Finis décentré

L'interface $x_{i+1/2}$ est un point de transition



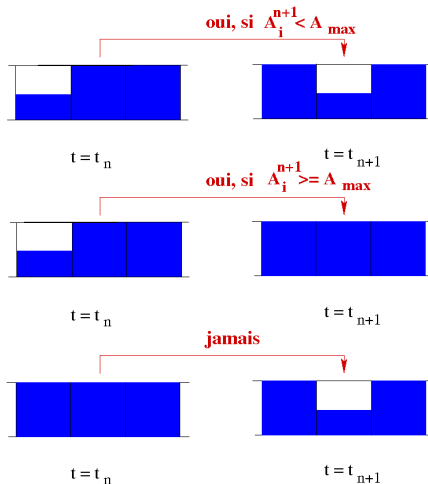
Mise à jour de l'état de l'écoulement

Maille initialement à surface libre



Mise à jour de l'état de l'écoulement

Maille initialement en charge



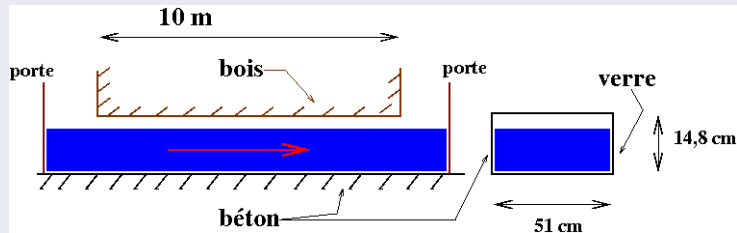
Sommaire

- 1 Motivations
- 2 Modélisation
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré
 - Approximation Volumes Finis décentré
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



Le cas test de Wiggert

Dispositif expérimental



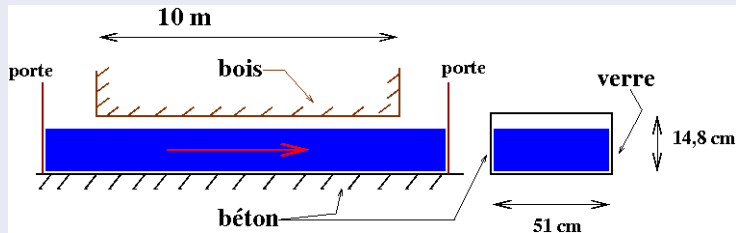
Données

- 1 Canal rectangulaire horizontal
- 2 Etat initial : eau au repos
- 3 Le niveau amont croît : montée en charge par l'amont



Le cas test de Wiggert

Dispositif expérimental



Données

- 1 Canal rectangulaire horizontal
- 2 Etat initial : eau au repos
- 3 Le niveau amont croît : montée en charge par l'amont

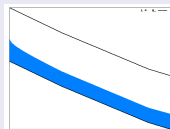


Le cas test de Zech

Données

- 1 Tuyau circulaire à trois pentes distinctes
- 2 Etat initial : écoulement torrentiel stationnaire, critique amont
- 3 Etat amont : reste critique
- 4 Le niveau aval croît lentement : montée en charge par l'aval
- 5 Le niveau aval décroît : retour à l'état initial

Simulation



Sommaire

- 1 Motivations
- 2 Modélisation
 - Travaux antérieurs
 - Ecoulement à surface libre
 - Ecoulement en charge
 - Le modèle en charge
 - Le modèle mixte
- 3 Schéma Volumes Finis décentré
 - Approximation Volumes Finis décentré
- 4 Résultats Numériques
- 5 Conclusion et perspectives



Conclusions

- la modélisation tient bien compte des phénomènes physiques
- Très bon accord avec les tests classiques
- Schéma cinétique : plus simple à mettre en oeuvre, décentrement “naturel”, fond sec ...

Perspectives

- Sections variables, dilatabilité
- Entraînement d'air, mélange eau-air ...



Conclusions

- la modélisation tient bien compte des phénomènes physiques
- Très bon accord avec les tests classiques
- Schéma cinétique : plus simple à mettre en oeuvre, décentrement “naturel”, fond sec ...

Perspectives

- Sections variables, dilatabilité
- Entraînement d'air, mélange eau-air ...



Conclusions

- la modélisation tient bien compte des phénomènes physiques
- Très bon accord avec les tests classiques
- Schéma cinétique : plus simple à mettre en oeuvre, décentrement “naturel”, fond sec ...

Perspectives

- Sections variables, dilatabilité
- Entraînement d'air, mélange eau-air ...

