

THÈSE DE MAYADA SLAYMAN

BRAS ARTICULÉ ET DISTRIBUTION DRAPEAUX SPÉCIAUX

Le problème de modélisation de l'évolution cinématique d'une voiture avec n remorques peut être décrit par une distribution de Goursat sur l'espace de configuration $M = \mathbb{R}^2 \times (\mathbb{S}^1)^{n+1}$. Cet aspect a donné lieu à de nombreux articles depuis les années 90 (voir par exemple [BLJ],[FLMR],[LR],[S],[J]). Une distribution de Goursat, est une distribution régulière D de rang 2 sur une variété M , telle que les carrés de Lie successifs, $D^r \subset D^{r-1} = [D, D] \subset \dots \subset D^{j-1} = [D^j, D^j] \subset \dots \subset D^0 = TM$ soient de codimension 1 dans le suivant. L'étude de ce type de distributions est apparue dans les travaux de Von Weber et Cartan et est complétée par de nombreux travaux pus particulièrement de Kumpera et Ruiz (par exemple [K], [KRz]) ainsi que plus récemment par de nombreux autres auteurs ([KRn],[MZ], [M1], [PR]...). Depuis les années 2000, les distributions de Goursat ont été généralisées dans des directions assez proches ([KRn],[PR],[M2]). La notion de distribution multi-drapeaux spéciaux introduite dans [M2] repose essentiellement sur la propriété de "prolongations de Cartan" fondée sur un théorème structurel due à E. Cartan et mis en valeur dans [?]. Essentiellement, une telle distribution sur une variété M est la donnée d'un drapeau de distributions

$$D^r \subset D^{r-1} = [D, D] \subset \dots \subset D^{j-1} = [D^j, D^j] \subset \dots \subset D^0 = TM$$

telles que les dimensions respectives de $D^r, \dots, D^{j-1}, \dots, D^0$ soient $k+1, \dots, jk+1, \dots, (r+1)k+1$ et de plus pour chaque $j = 1, \dots, r-1$, le module caractéristique de Cauchy $L(D^j)$ de D^j soit contenu dans D^{j+1} de corang 1 tandis que $L(D^r) = 0$. L'entier k s'appelle la largeur.

L'objectif de cette thèse est de montrer que le problème de modélisation cinématique de la voiture avec n remorques se généralise en un problème de modélisation cinématique du "bras articulé" de longueur n dans \mathbb{R}^{k+1} de sorte qu'à cette modélisation est naturellement associée une distribution multi-drapeaux spéciaux.

Un bras articulé de longueur n est une configuration de $n+1$ segments indéformables $[a_i; a_{i+1}]$, $i = 0, \dots, n$ dans \mathbb{R}^{k+1} gardant une longueur constante l_i , et l'articulation se fait au niveau des points a_i pour $i = 1, \dots, n$.

On se propose de modéliser l'évolution cinématique de l'extrémité a_0 avec la contrainte que le mouvement est commandé par l'évolution du "segment" $[a_n; a_{n+1}]$.

Pour $k = 1$ un bras articulé de longueur $n+1$ est une modélisation du célèbre problème de la voiture avec n remorques. Pour $k=2$, par analogie, ce problème peut être considéré comme une modélisation d'un "train spatial" constitué d'une fusée \mathcal{M}_{n+1} qui pousse n "modules" \mathcal{M}_i dans l'espace, numérotés de n à 1. Chaque module dispose d'un système d'ancrage permettant d'arimer un autre module à son arrière et de l'arimer à un autre module par son attache avant, ces points d'attache étant situés sur l'axe de révolution, aux extrémités du module. Chaque module \mathcal{M}_i "poussé" est symbolisé par un segment $[a_i; a_{i+1}]$ pour $i = 0, \dots, n-1$. La fusée est symbolisée par le segment $[a_n; a_{n+1}]$.

Le travail de cette thèse consiste, dans un premier temps, à définir précisément le modèle cinématique du problème du bras articulé et à construire la distribution multi-drapeaux naturellement associée à cette modélisation.

L'essentiel de ce travail est de montrer en quel sens cette approche est une généralisation de la voiture avec n remorques en liaison avec les singularités définies par P. Mormul, pour les distributions multi-drapeaux spéciaux ([M2]):

- la distribution naturellement associée à la modélisation est une distribution multi-drapeaux spéciaux.
- la construction des singularités de la distribution associée les moins dégénérées et leurs interprétation en termes cinématique pour le bras articulé;
- un raffinement des singularités précédentes généralisant les singularités de la voiture avec n remorques construites par F. Jean dans [J].

REFERENCES

- [BLJ] A. Bellaïche, J-P. Laumond, J. Jacobs *Controllability of car-like robots and complexity of the motion planing problem*, International Symposium on Intelligent Robotics Bangalore, India, pp. 322-337 1991.
- [CMPR] M. Chaito, P. Mormul, W. Pasillas-Lépine, W. Respondek *On local classification of Goursat structure* C. R. Acad. Sc. Paris. , **Vol 327** ser.I , pp. 503-508 1998.
- [J] F. Jean *The car with n trailers: characterisation of the singular configurations* ESIAM: cont. Optim. and Cal. Var. **Vol 1**, pp. 241-226, 1996.
- [FLMR] M. Fliess, J. Levine, P. Martin, P. Rouchon *On differential flat non linear systems* Proceedings of theIFAC Non Linear Control Systems Design symposium pp. 408-412, Bordeaux ,France1992.
- [K] A. Kumpera *Flag systems and ordinary differential equations* Ann. Math. Pura ed Appl. **Vol 177**, pp. 315-329, 1999.
- [KRn] A. Kumpera, J-L Rubin *Multi-flag systemsand ordinary differential equations* Nogoya Math. J. , **Vol 166**, pp. 1-27, 2002.
- [KRz] A. Kumpera, J-L Ruiz *Sur l'équivalence locale des systèmes de Pfaff en drapeau* Monge-Ampère Equations and Related Topics, Alta Math. F. Sevi ; pp. 201-248,Rome 1982.
- [LR] F. Luca, J-J. Risler *The maximum of the degree of non holonomy for the car with n trailers* Memorandum of Electronic Research Laboratory, Berkeley 1992.
- [MZ] R. Montgomery, M. Zhitomirskii *Geometric approach to Goursat flag*Ann. Inst. Poincaré, AN, **Vol 18**, pp. 459-493, 2001.
- [M1] P. Mormul *Goursat flags: classifications of codimension one singularities* J. Dynam. Control Systems, **Vol 6**, pp. 311-330, 2000.
- [M2] P. Mormul *Multi-dimensional Cartan prolongation and special k -flags*, in: H. Hironaka et al (eds.), Geometric Singularity Theory, Banach Center Publications **65** of Math., Polish Acad. Sci., Warsaw ; pp.157 -1782004.
- [PR] W. Pasillas-Lépine, W. Respondek; *Contact systems and corank one involutive subdistributions*, Acta Appl. Math. **69**; pp.105-128 (2001), 2001.
- [S] O.J. Sordalem *On the global degree of non holonomy for the car with n trailers* Proceedings of theIFAC Non Linear Control Systems Design symposium- Memorandum of Electronic Research Laboratory, Berkeley 1993.