

## Programmation linéaire 3 (dualité)

**Exercice 1 :** Une baguette de pain vaut 3 euros. Elle contient 900 calories et 20 g de protéines. Un camembert vaut 9 euros. Il contient 1 800 calories et 80 g de protéines. Une personne en convalescence doit absorber au minimum 3 600 calories et 120 g de protéines par jour en ne consommant que du camembert et du pain en baguette. Déterminer la ration alimentaire la moins chère satisfaisant au régime indiqué.

**Exercice 2 :** Un restaurateur dispose de 880 oursins et de 720 huîtres. Il propose à sa clientèle deux types d'assiette : assiette à 30 euros (4 oursins, 1 huître), assiette à 20 euros (2 oursins, 3 huîtres).

1 - Combien d'assiettes de chaque catégorie doit-il vendre pour maximiser sa recette ?

2 - Le restaurateur dispose en fait de 900 oursins et de 750 huîtres. Quelle est sa recette maximale ?

3 - On revient aux conditions de la première question. Poser, résoudre et interpréter le programme dual.

**Exercice 3 :** Une entreprise fabrique deux produits  $A$  et  $B$  à partir de deux matières premières  $M_1$  et  $M_2$ . Une tonne de  $M_1$  permet d'obtenir 600 kg de  $A$  et 400 kg de  $B$ . Une tonne de  $M_2$  permet d'obtenir 200 kg de  $A$  et 700 kg de  $B$ . Il faut fabriquer au moins 25 tonnes de  $A$  et 28 tonnes de  $B$  par mois. Le traitement d'une tonne de  $M_1$  coûte 2 000 euros et celui d'une tonne de  $M_2$  coûte 4 000 euros. Quel est le programme de production qui minimise le coût de production en satisfaisant la demande ?

**Exercice 4 :** Le marché des aliments pour chats est dominé par deux marques : CATSFOOD et MIAOU. Le tableau qui suit donne les prix et la contenance en protides, glucides et lipides d'une boîte standard de chaque marque :

Boîtes	Prix (euros)	Protides (g)	Glucides (g)	Lipides (g)
CATSFOOD	31	400	60	50
MIAOU	35	350	90	70

En une semaine, l'alimentation rationnelle d'un chat doit comprendre au moins 1 100 g de protides, 220 g de glucides et 190 g de lipides. On cherche à réaliser une telle alimentation

avec  $Y_1$  boîtes de CATSFOOD et  $Y_2$  boîtes de MIAOU. Soit  $W$  le coût hebdomadaire. Quelles sont les valeurs de  $Y_1$  et  $Y_2$  qui minimisent  $W$  ? (passer par le programme dual)

**Exercice 5 :** Un agriculteur doit utiliser deux engrais : le Fertilizor et le Nitronium. Ces engrais sont vendus en sacs dont la teneur en éléments de base (calcium, potassium et sodium) et le prix unitaire sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Engrais	Calcium (kg)	Potassium (kg)	Sodium (kg)	Prix (euros)
Fertilizor	5	3	1	200
Nitronium	2	2	4	300

Pour fertiliser la superficie traitée, il faut au moins 700 kg de calcium, 600 kg de potassium et 800 kg de sodium. Combien de sacs de chaque engrais faut-il acheter pour minimiser la dépense ? (passer par le programme dual)

**Exercice 6 :** Le navire *Seabird* vient d'accoster à Dunkerque. Sa cargaison de 520 tonnes doit être acheminée à Paris par camions. La société TRANSFRET propose trois types de camions :

Type	Tonnage transporté	Prix du trajet
<i>A</i>	10 t	3500 euros
<i>B</i>	20 t	4500 euros
<i>C</i>	40 t	7000 euros

La société TRANSFRET impose d'utiliser au minimum 18 camions. Soit  $Y_1, Y_2, Y_3$  les nombres de camions de type *A, B, C* utilisés et  $W$  le prix du transport de la cargaison. Quelles sont les valeurs de  $Y_1, Y_2, Y_3$  qui minimisent  $W$  ?