

Contrôle des connaissances
de mathématiques pour les sciences, Math204 n°2.

Code apogée : EDA22504C2(SFT), EDM22504C2(MASS)

vendredi 19 mai 2006 (Durée : 1 heure)

IMPORTANT :

- Reporter sur la copie cachetée l'intitulé complet de l'épreuve.
- Ne pas oublier de noter sur la copie cachetée TOUS les numéros des copies intercalaires.
- Aucun document et aucune calculatrice ne sont autorisés.

Barème approximatif : Ex1 : 8 points; Ex2 : 2 points; Ex3 : 2 points; Ex4 : 8 points.

E1) Dans \mathbb{R}^3 , on considère les vecteurs $a = (-1, 1, 1)$, $b = (-1, -2, 1)$, $c = (-5, -1, 5)$ et $d = (-1, 0, 2)$.

1. Pour chacune des familles suivantes, déterminer s'il s'agit de familles libres, génératrices, de bases : (a, b, c) , (a, b, d) , (a, b) , (a, b, c, d) .
2. On note $F = \text{Vect}(a, b, c)$, $G = \text{Vect}(c)$ et $H = \text{Vect}(d)$. Pour F , G et H , déterminer la dimension, une base, les équations cartésiennes et paramétriques.
3. Déterminer $F \cap G$ et $F \cap H$.

E2) Calculer le déterminant suivant de manière factorisée :

$$\begin{vmatrix} a-1 & a-2 & a-3 \\ a-1 & 2a-4 & a-3 \\ a-1 & a-2 & 2a-6 \end{vmatrix}$$

E3) Calculer le rang de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -6 & -8 \\ 1 & -1 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

E4) Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles réelles suivantes :

$$F(x) = \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - x^2},$$

$$G(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^4 + x^2}.$$