

MATH205

Série 2 : Fonctions de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$  (3 séances).

7 avril 2006

Séance 3 : retard intégration+ ex1, ex2, ex3, ex4 (1)

Séance 4 : ex4(2,3), ex5(1,2)

Séance 5 : ex4(4), ex5(3)+ début série 3

**Exercice 1**

Donner une représentation graphique dans le plan  $\mathbb{R}^2$  des ensembles de définition des fonctions suivantes :

1)  $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 - 3x_1x_2 + 2x_2^2}$ . 2)  $f(x, y) = \frac{x-y}{\ln(xy)}$ . 3)  $R(X, Y) = X^Y$ .

**Exercice 2**

Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction suivante, en précisant leur domaine de validité :

$$f(x, y) = \int_{x^2}^{y^3} e^{-t^2} dt.$$

**Exercice 3**

Calculer les matrices jacobiniennes et hessiennes des fonctions suivantes, au point  $a$  :

1.  $f(x, y) = x^y$  en  $a = (1, 1)$ .
2.  $f(x, y, z) = \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)$  en  $(0, 0, 0)$ .

**Exercice 4**

Déterminer les extremums locaux, en préciser la nature et étudier les extremums globaux des fonctions suivantes :

1.  $f(x, y) = 2xy - 2x^2 - y^2 - 2x + 6y - 8$ .
2.  $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .
3.  $f(x, y) = x^2 - 2xy^2 + y^3$ .
4.  $f(x, y) = x^2y + \ln(1 + y^2)$ .

**Exercice 5**

Étudier suivant les valeurs du paramètre  $m$  l'existence et la nature d'un extremum en  $(0, 0)$  des fonctions suivantes :

1.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2mxy$ .
2.  $f(x, y) = x^3 + mx^2 + y^2$ .
3.  $f(x, y) = \ln(1 - x^4) - mxy - \sin^2 y$ .