

MATH205

Série 1 : Intégration (2 séances).

Séance 1 : ex1, ex2, ex3(C,D, E, F, G, H)

Séance 2 : ex3( I, J, K, L), ex4, ex5, ex6

**Exercice 1**

Calculer des primitives des fonctions de l'exercice 3 de la série 3 de Math204.

**Exercice 2**

Calculer les primitives suivantes en indiquant l'ensemble sur lequel le calcul est possible :

$$A = \int x^2 \cos 3x dx, \quad B = \int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

**Exercice 3**

1. Calculer l'intégrale suivante en utilisant la méthode d'intégration par parties :

$$C = \int \operatorname{Argsh} x dx.$$

2. Calculer les intégrales suivantes en utilisant un changement de variable :

$$D = \int \frac{dx}{1+3\cos x}.$$

3. En utilisant la méthode qui vous parait la plus adaptée, caculer les intégrales et primitives suivantes.

$$E = \int \frac{dx}{\operatorname{ch} x}, \quad F = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(\tan^2 x + \tan^4 x) dx, \quad G = \int \frac{dx}{x^2 + a^2},$$

$$H = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}, \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} dx, \quad J = \int \frac{x-1}{\sqrt{2x+1}},$$

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x \sin^3 x}{1 + \sin^2 x} dx \quad L = \int_1^2 \frac{1}{t} \sqrt{\frac{t-1}{t+1}} dt$$

**Exercice 4**

Calculer les limites suivantes :

$$L_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{\operatorname{Arctan} t}{1+t^2} dt \quad L_2 = \lim_{x \rightarrow 1^-} \int_0^x \frac{1}{1-t^2} dt.$$

**Exercice 5**

Montrer que :  $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^3} dt$  converge.

Vérifier que  $\frac{1}{1+t^3} = \frac{1}{3} \frac{1}{1+t} - \frac{1}{6} \frac{2t-1}{t^2-t+1} + \frac{2}{3} \frac{1}{1 + \left(\frac{2t-1}{\sqrt{3}}\right)^2}$  et calculer la valeur de  $I$ .

**Exercice 6**

Déterminer la nature des intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\sin 2x}{x(1+\sqrt{x})} dx$$

$$I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{\arctan x}}{x} dx \quad I_3 = \int_0^1 \frac{\ln(\sin x)}{x} dx$$