

info528 : Mathématiques pour l'informatique
TD 2 : codes correcteurs d'erreurs

Pierre Hyvernat
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22
email : Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr
www : <http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernat/>

Exercice 1 : code “deux sur cinq”

Au début de l'informatique (IBM 7070 par exemple), une case mémoire était représentée par une série de cinq ampoules. Pour repérer facilement les erreurs, on imposait que exactement deux de ces cinq ampoules soient toujours allumées...

- Question 1.* Expliquez pourquoi ceci peut être considéré comme un code correcteur.
- Question 2.* Combien de mots ce code possède-t'il ?
- Question 3.* Énumérez tous les mots du code. Combien d'erreurs peut-on détecter ? Corriger ?
- Question 4.* Est-ce que ce code est linéaire ?
- Question 5.* Si on généralise pour obtenir un code “ p sur n ”, combien de mots obtient-on ? Combien d'erreurs peut-on détecter ? Corriger ?
- Question 6.* Pourquoi les ordinateurs de la préhistoire étaient-ils décimaux ?

Exercice 2 : code de Hamming

On s'intéresse au code linéaire donné par la matrice

$$M = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

- Question 1.* Combien de mots ce code possède-t'il ? Donnez la liste de ces mots.
- Question 2.* On veut coder la suite 01101010110. Comment procède-t'on ?
- Question 3.* Quelle est la distance de ce code ? Combien d'erreurs peut-on détecter ? Corriger ?
- Question 4.* On suppose que lors de la transmission, au plus 1 erreur a été commise. Pouvez-vous corriger les messages suivants :
 - 1101111
 - 0011111
 - 0101010
 - 1101011
 - 0110110
- Question 5.* On suppose que lors de la transmission, au plus 2 erreurs ont été commises. Pouvez-vous corriger les messages suivants :
 - 1101111
 - 1111011
 - 0000111

Question 6. En utilisant la multiplication des matrices appropriées, décidez si les mots suivants sont dans le code :

- 0011001
- 1101001
- 1110100
- 1001011

Question 7. On veut rajouter un premier bit de parité au code. Donnez une matrice génératrice de ce nouveau code (en forme simple).

Question 8. On supprime le troisième bit de ce nouveau code. Donnez une matrice génératrice, sans modifier l'ordre des colonnes.

Exercice 3 : un code "glouton"

On regarde les mots de 4 bits générés de la manière suivante : à chaque étape, on rajoute le plus petit mot qui a au moins 2 bits différents avec tous les mots déjà pris. (De cette manière, le code a une distance d'au moins 2...)

Question 1. Donnez tous les mots du code.

Question 2. Est-ce que ce code est linéaire ? Si oui, donnez une matrice génératrice de ce code. Quel est ce code ?