
Présentation du solveur SPARK (qui sert de base à la plateforme de simulation SimSpark)



Journée INES-LAMA

pierre.titlein@univ-savoie.fr

Sommaire

Je vais vous présenter:

- ❑ A quoi il sert
- ❑ Comment il fonctionne
- ❑ Comment on l'utilise

SPARK: à quoi ça sert

- SPARK sert à résoudre des équations algébro-différentielles et discrètes.
- Exemple d'applications:
 - Modèle zonal (thermo-aérodynamique + humidité)
 - Modèles de systèmes (clim solaire...)
 - Possibilité de programmer avec SPARK dans Energy +

A quoi il sert?

SPARK

- ❑ A quoi il sert
- ❑ Comment il fonctionne
- ❑ Comment on l'utilise

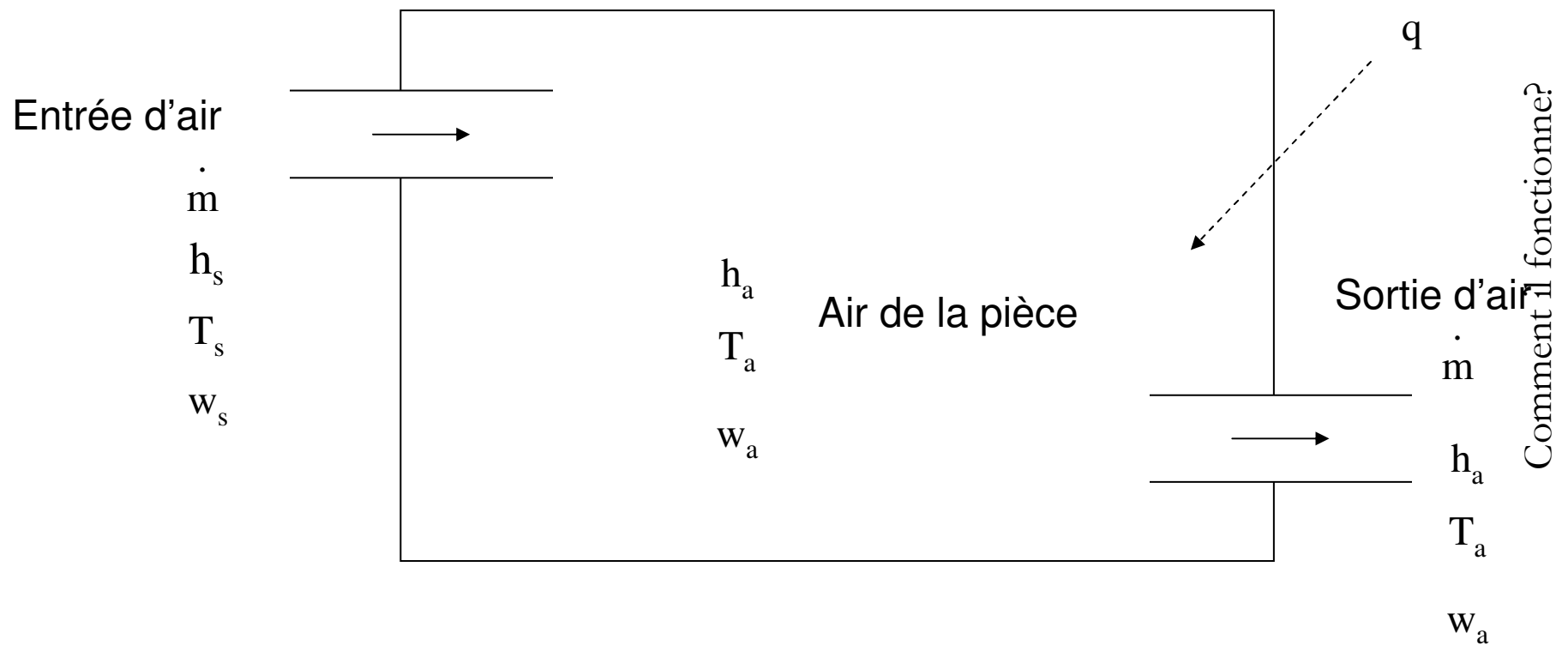
Principales caractéristiques

- Description du problème orienté objet. L'objet de base est l'équation.
- Il se sert de la méthode des graphes pour réduire le système d'équation à résoudre en composants forts.
- Il possède une dizaine de méthode d'inversion testées en cascade.
- Le pas de temps de calcul est variable.

Comment il fonctionne?

Comment il fonctionne???

Exemple simple (ex1)



Équations disponibles:

❖ Equation 1: bilan d'énergie dans la pièce

$$\dot{m} \cdot h_s + q - \dot{m} \cdot h_a = 0$$

❖ Equation 2: enthalpie dans la pièce

$$h_a = a \cdot T_a + w_a \cdot (b + c \cdot T_a)$$

❖ Equation 3: enthalpie de l'air qui entre

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

8 variables connues

$$\dot{m}, q, a, b, c, w_a, w_s, T_s$$

3 variables inconnues

$$h_s, h_a, T_a$$

→ Le problème est bien posé: 3 équations-3 inconnues

Comment il fonctionne?

Comment on ferait à la main?

Equation 3

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

Equation 1

$$h_a = h_s + \frac{q}{\dot{m}}$$

Equation 2

$$T_a = \frac{h_a - w_a \cdot b}{a + w_a \cdot c}$$

Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

On lui donne:

Equation 1

$$\begin{cases} h_a = h_s + \frac{q}{\dot{m}} \\ h_s = h_a - \frac{q}{\dot{m}} \end{cases}$$

Equation 2

$$\begin{cases} T_a = \frac{h_a - w_a \cdot b}{a + w_a \cdot c} \\ h_a = a \cdot T_a + w_a \cdot (b + c \cdot T_a) \end{cases}$$

Equation 3

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

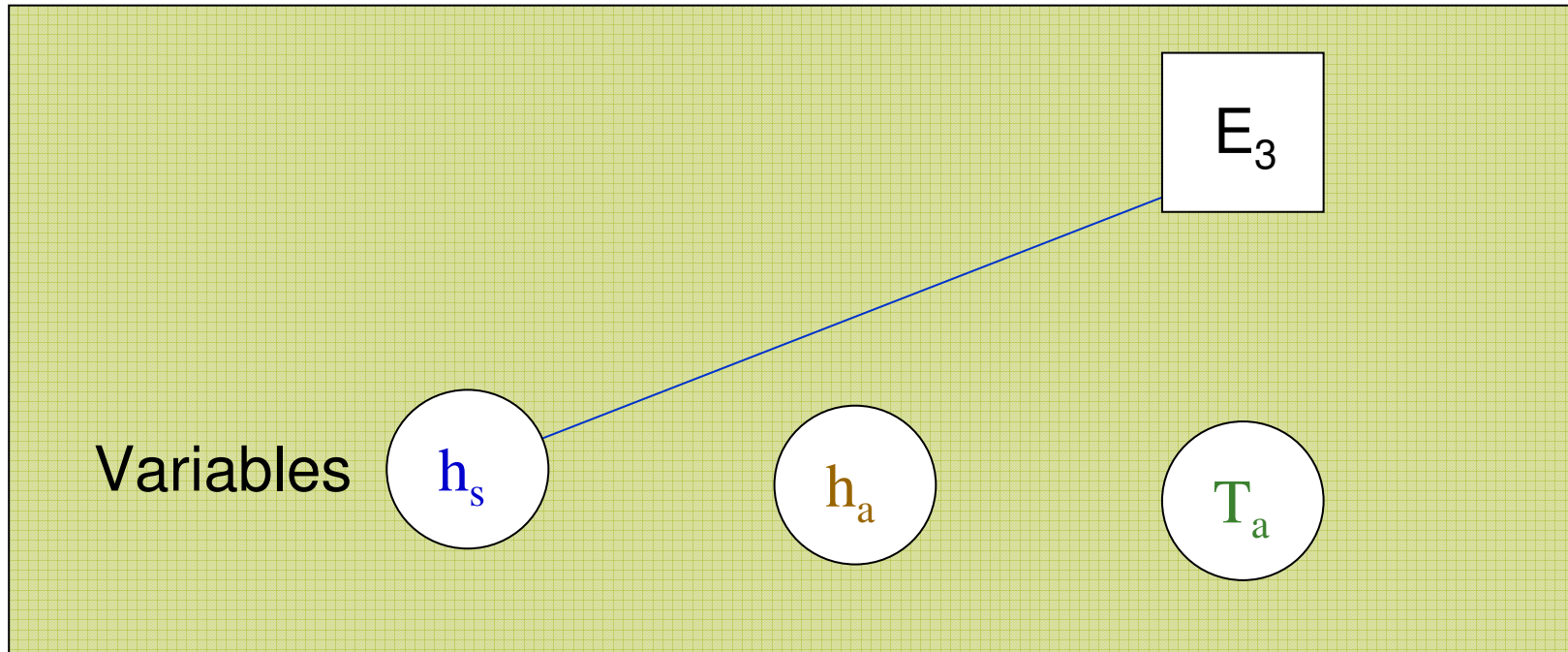
Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

Il utilise alors la méthode des graphes pour trouver la meilleure séquence de résolution :

1 inverse

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

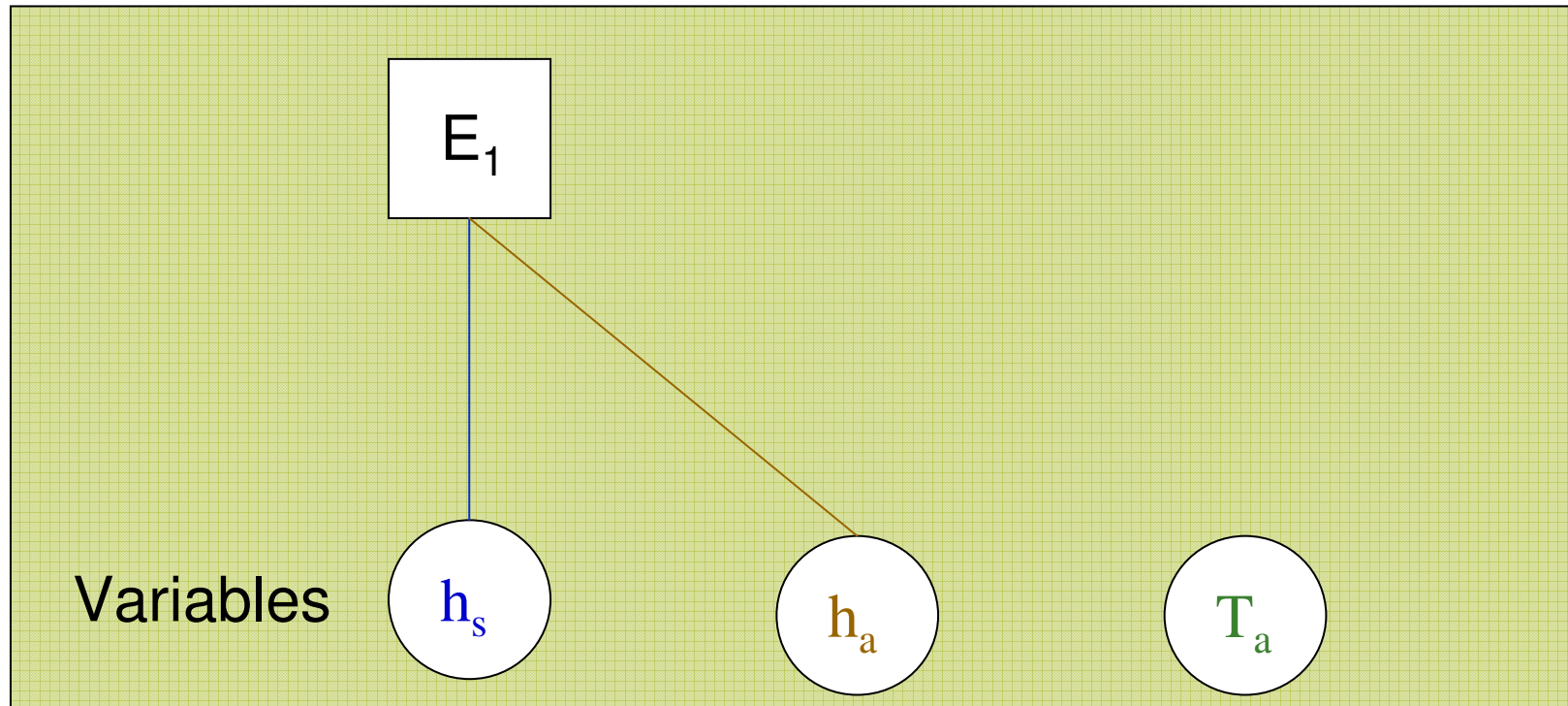


Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

2 inverses

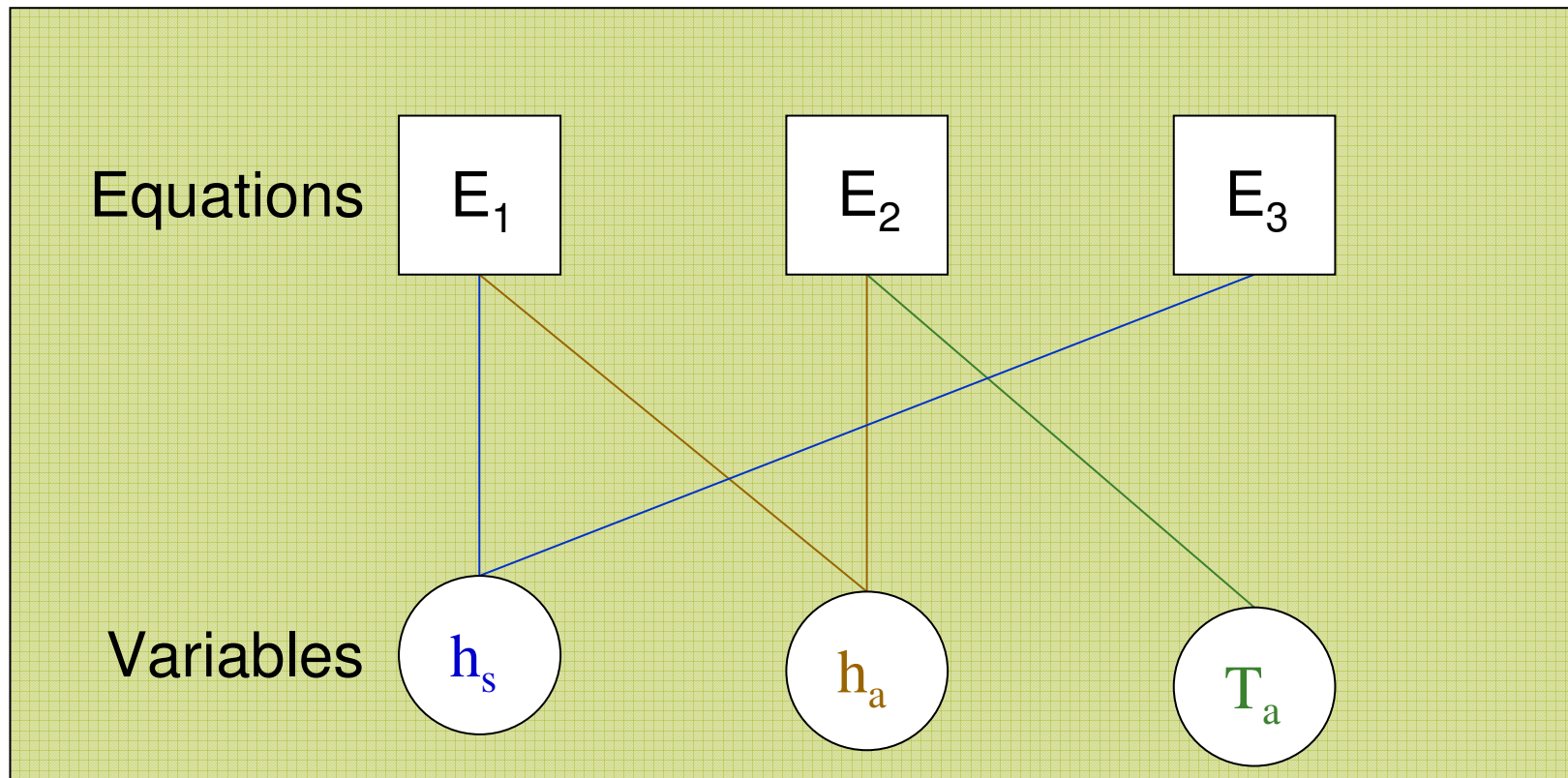
$$\begin{cases} h_a = h_s + \frac{q}{\dot{m}} \\ h_s = h_a - \frac{q}{\dot{m}} \end{cases}$$



Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

Il “dessine” tous les inverses disponibles dans un graphe

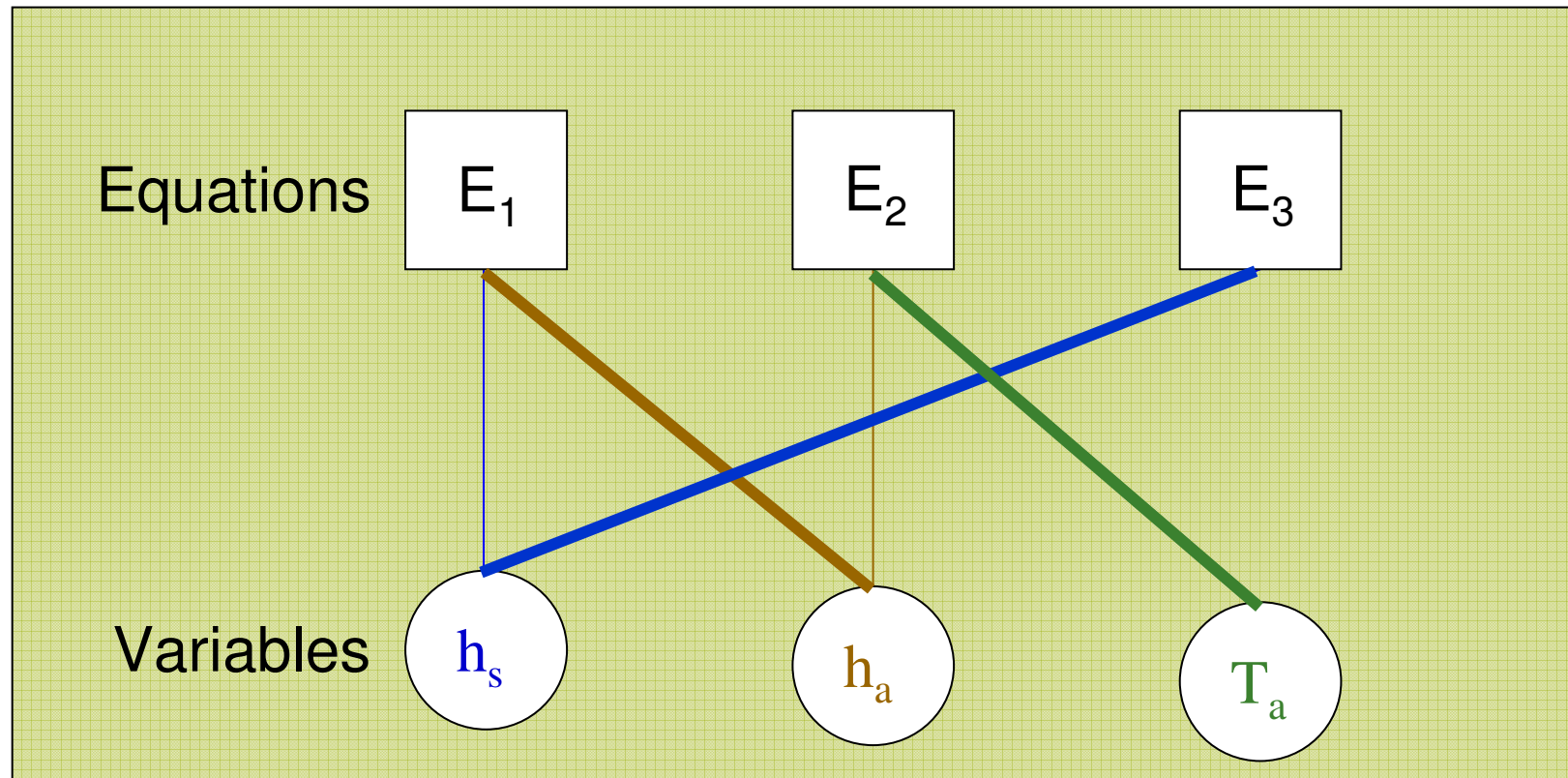


Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

BUT

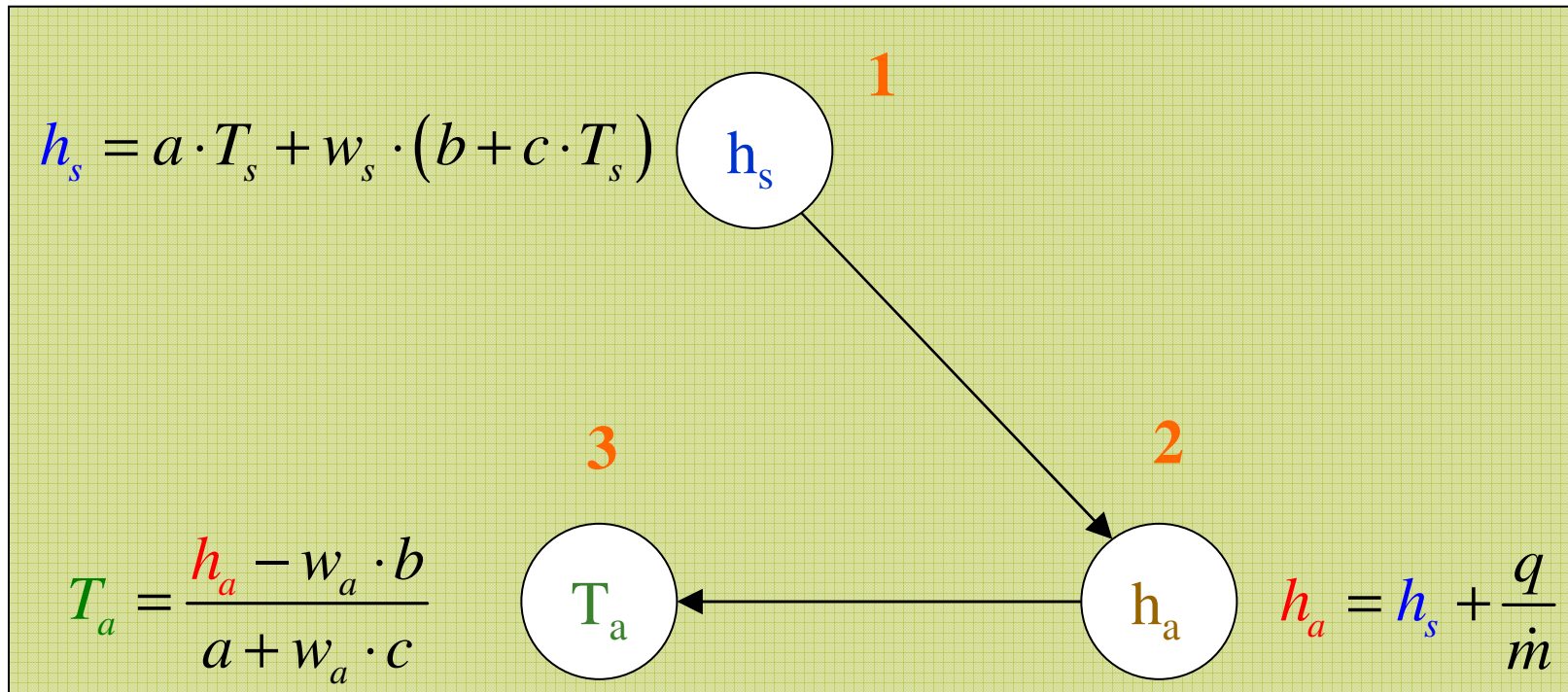
Sélectionner les bons inverses pour calculer les inconnues



Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex1)

Il construit alors le graphe de calcul



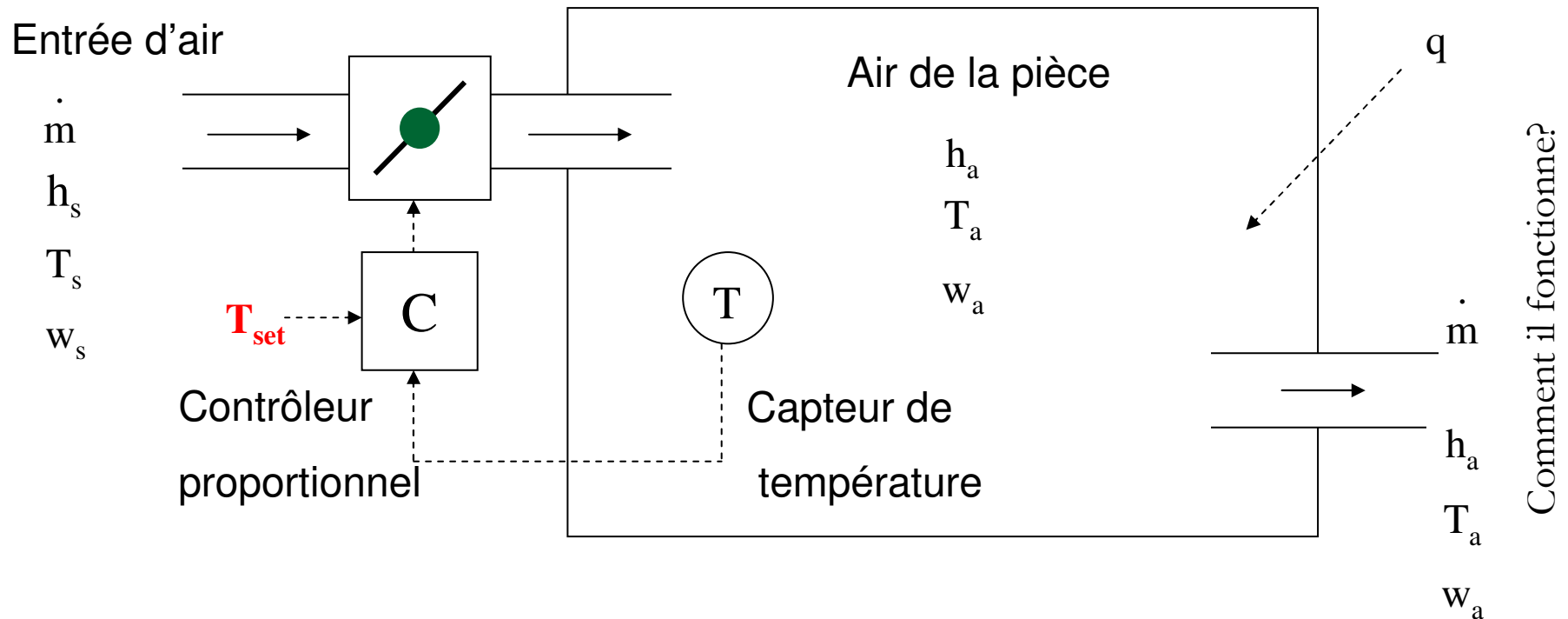
Comment il fonctionne?

Aucune itération, aucune matrice à inverser...

Il fait comme on ferait à la main

Autre exemple (ex2)

Schéma du modèle



Équations disponibles

- ❖ **Équation 1: bilan d'énergie dans la pièce**

$$\dot{m} \cdot h_s + q - \dot{m} \cdot h_a = 0$$

- ❖ **Équation 2: enthalpie de la pièce**

$$h_a = a \cdot T_a + w_a \cdot (b + c \cdot T_a)$$

- ❖ **Équation 3: enthalpie de l'air qui entre**

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

- ❖ **Équation 4: contrôleur proportionnel**

$$\dot{m} = \max(0, k_p (T_a - T_{set}))$$

9 variables connues

$$q, a, b, c, w_a, w_s, T_s, T_{set}, k_p$$

4 variables inconnues

$$\dot{m}, h_s, h_a, T_a$$

→ Le problème est bien posé: 4 équations for 4 inconnues

Comment il fonctionne?

La méthode brutale...

Méthode de Newton

$$x = (h_s, h_a, T_a, \dot{m})^T$$

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ F_3(x) \\ F_4(x) \end{bmatrix} \quad \leftarrow \text{Fonctions résiduelles}$$

$$x^{k+1} = x^k - J^{-1}(x^k) \cdot F(x^k)$$

Condition initiale: x_0

$F_4(x)$
Ne dépend pas de h_s

Jacobian matrix

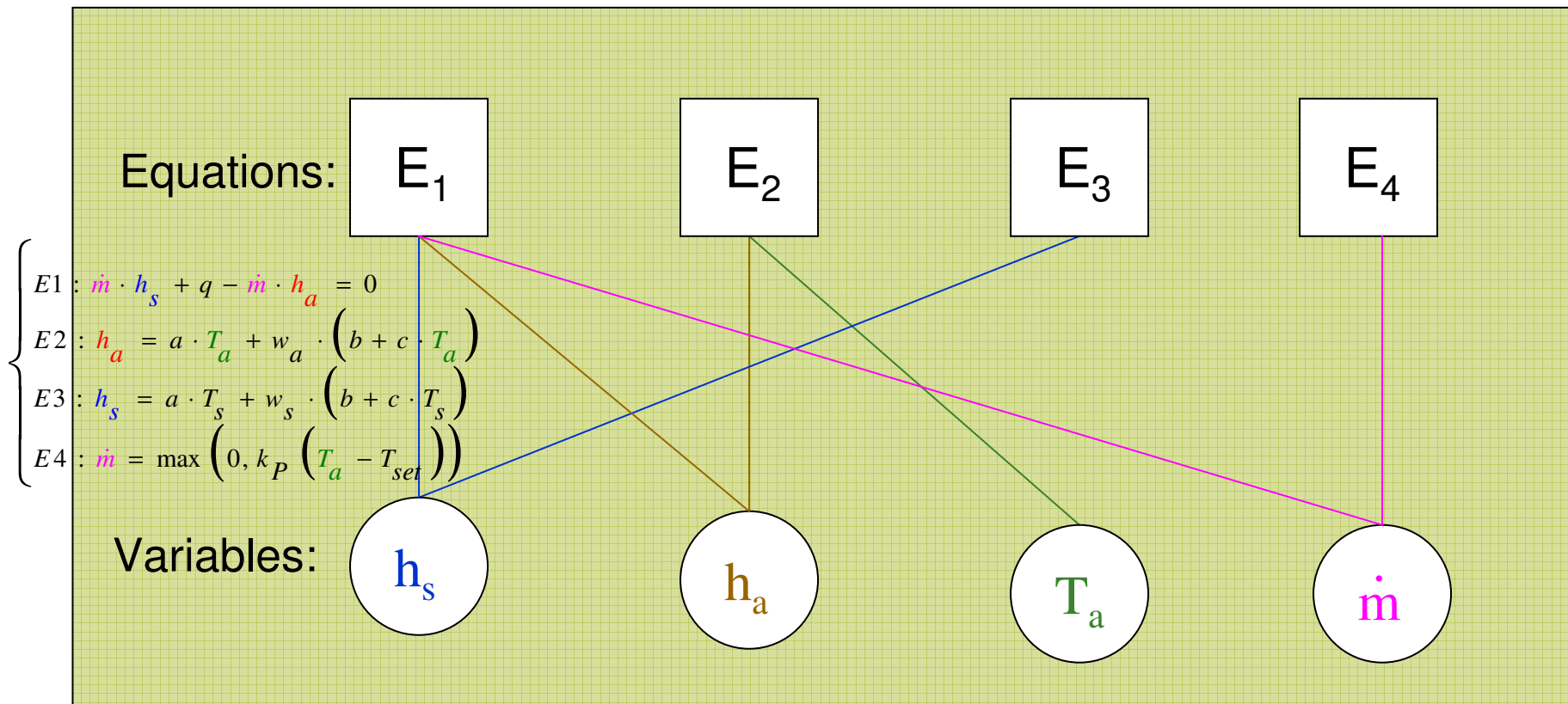
$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial F_1}{\partial x_4} \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} & 0 \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_4}{\partial x_3} & \frac{\partial F_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} \quad \text{Comment il fonctionne?}$$

Coût: $O(n^3) = O(4^3)$

- approche conventionnelle par inversion de matrice
- on résout un système 4x4 d'équations non linéaires

Comment fait SPARK? (ex2)

Il “dessine” tous les inverses disponibles dans un graphe

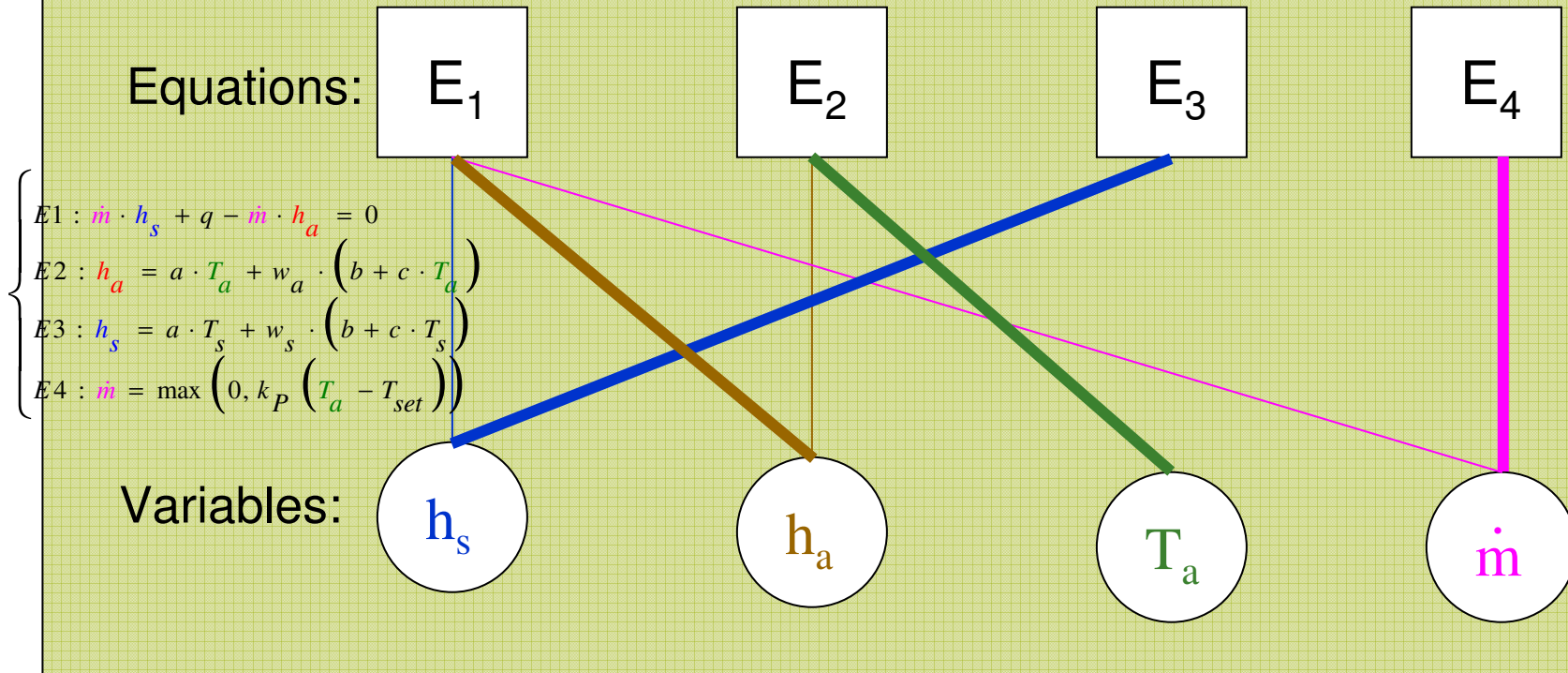


Comment fait SPARK? (ex2)

BUT

Sélectionner les bons inverses
pour calculer les

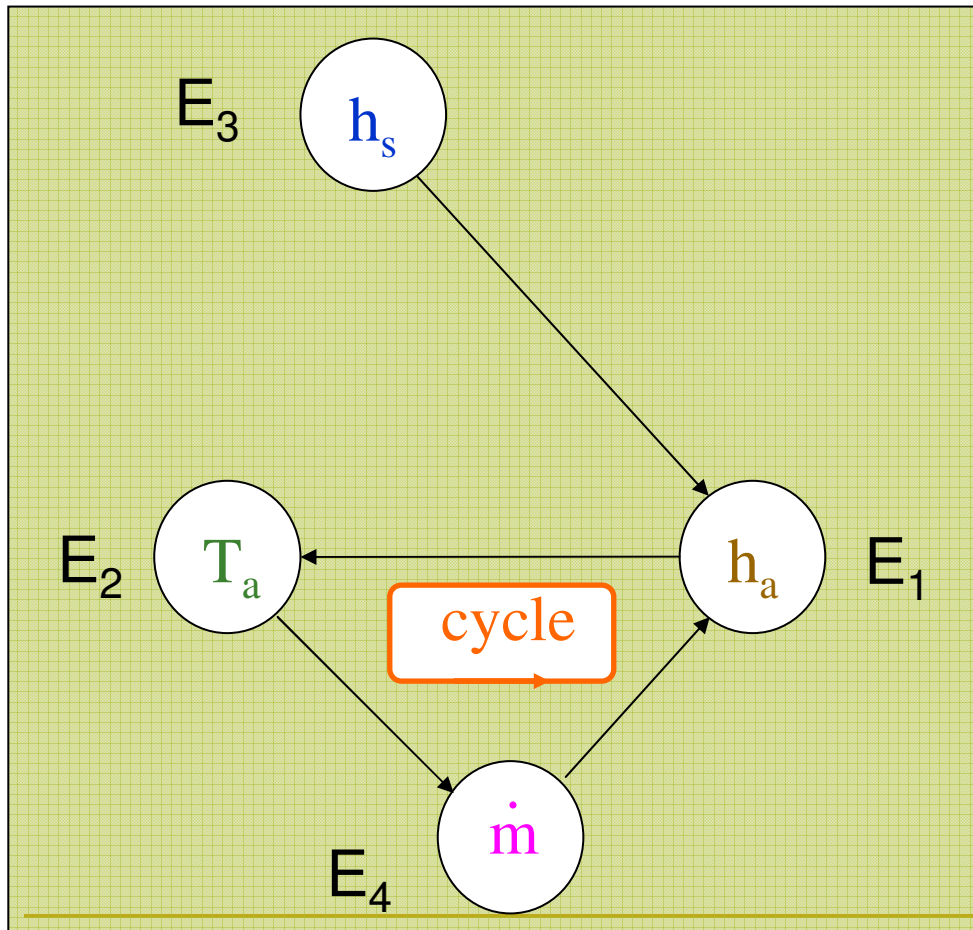
inconnues



Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex2)

Represente le flux de données dans un graphe orienté



$$E_1 \quad h_a = \frac{\dot{m} \cdot h_s + q_i}{\dot{m}}$$

$$E_2 \quad T_a = \frac{h_a - w_a \cdot b}{a + w_a \cdot c}$$

$$E_3 \quad h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$

$$E_4 \quad \dot{m} = \max(0, k_P (T_a - T_{set}))$$

Comment il fonctionne?

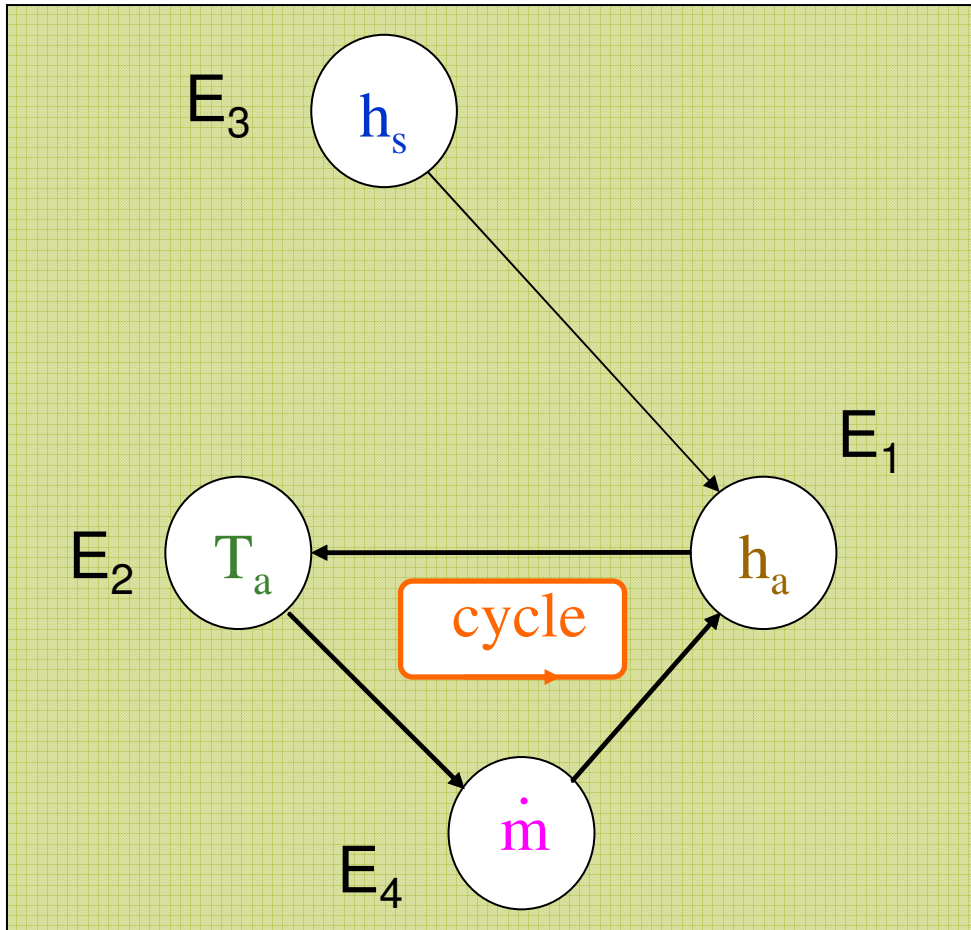
→ Il faut briser le cycle !

Comment fait SPARK? (ex2)

Où briser le cycle



Les variables dont on se sert pour briser le cycle sont des variables d'itération



Coupes possibles:

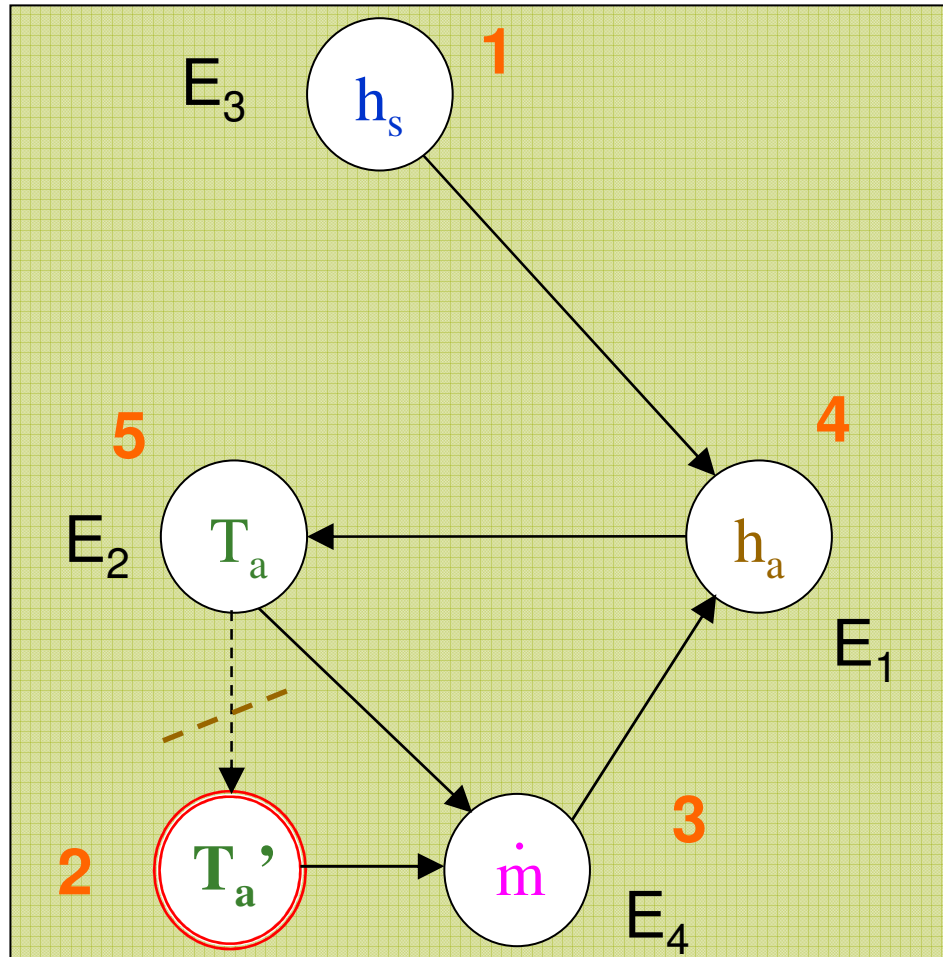
1. $\{\dot{m}\}$
2. $\{T_a\}$ ←
3. $\{h_a\}$
4. $\{T_a, \dot{m}, h_a, h_s\}$

Comment il fonctionne?

- la coupe 4 n'est pas optimale
- on choisi la coupe la plus petite possible

Comment fait SPARK? (ex2)

Coupe du graphe



➤ La coupe introduit un nouveau point dans le graphe: T_a'

➤ T_a est la variable coupée ou « **Break variable** »

➔ Méthode de résolution:

$$T_a' = H(T_a)$$

Ex: Newton-Raphson

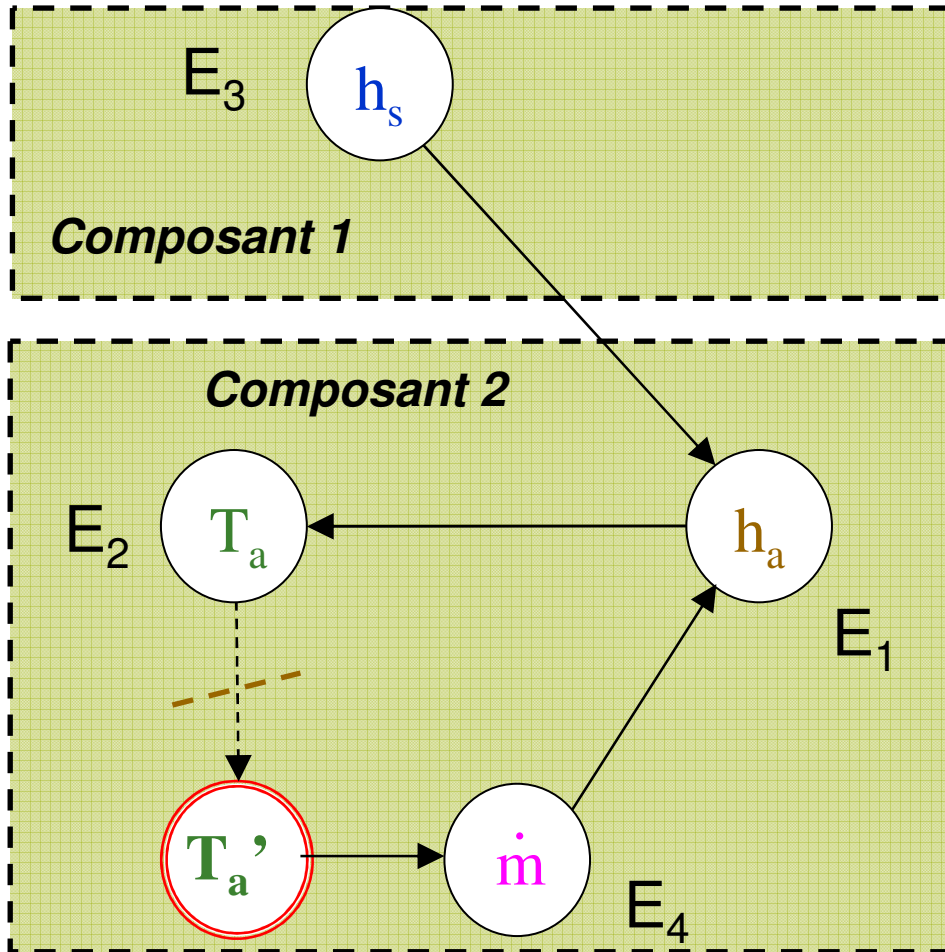
$$T_a^{k+1} = T_a^k - \frac{F(T_a^k)}{\frac{\partial F}{\partial T_a}(T_a^k)}$$

avec $T_a' = T_a^{k+1}; T_a^k = T_a$

Comment il fonctionne?

Comment fait SPARK? (ex2)

Décomposition en composants forts



- trouver les sommets dépendants
- on trouve 2 sous problèmes indépendants

Comment il fonctionne?

➔ les sous problèmes sont appelés composants et sont résolus séparément

Comment fait SPARK? (ex2)

- Résolution du composant 1

- Pas d'itération

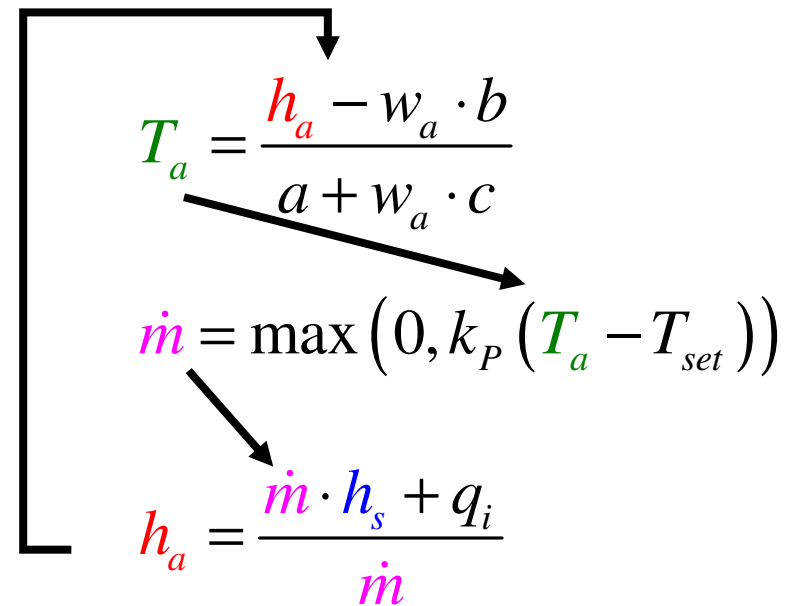
- Résolution du composant 2

- Solution itérative requise
- Valeur initiale pour T_a
- Fonction résiduelle:

$$F(T_a) = T_a - \frac{h_a - w_a \cdot b}{a + w_a \cdot c} \equiv 0$$

Coût: $O(n^3) = O(1^3)$

$$h_s = a \cdot T_s + w_s \cdot (b + c \cdot T_s)$$



Comment il fonctionne?

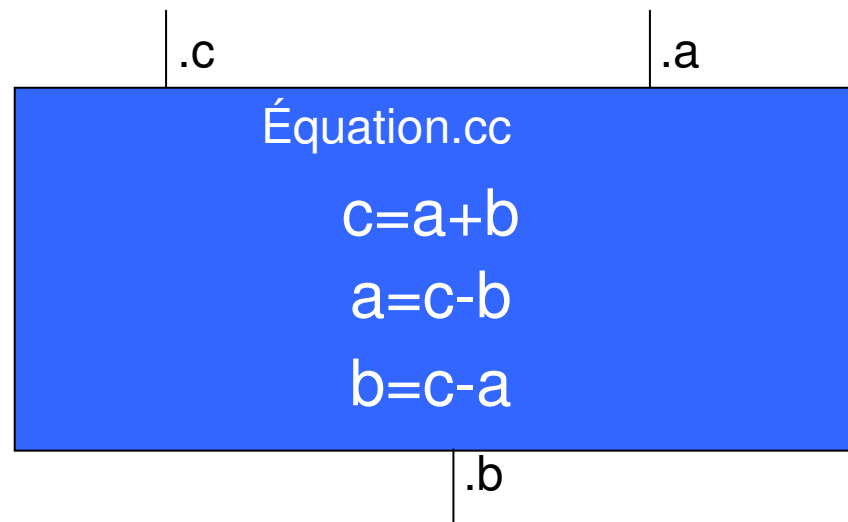
→ la méthode de SPARK est 64 fois plus rapide que la méthode brutale

SPARK

- ❑ A quoi il sert
- ❑ Comment il fonctionne
- ❑ Comment on l'utilise

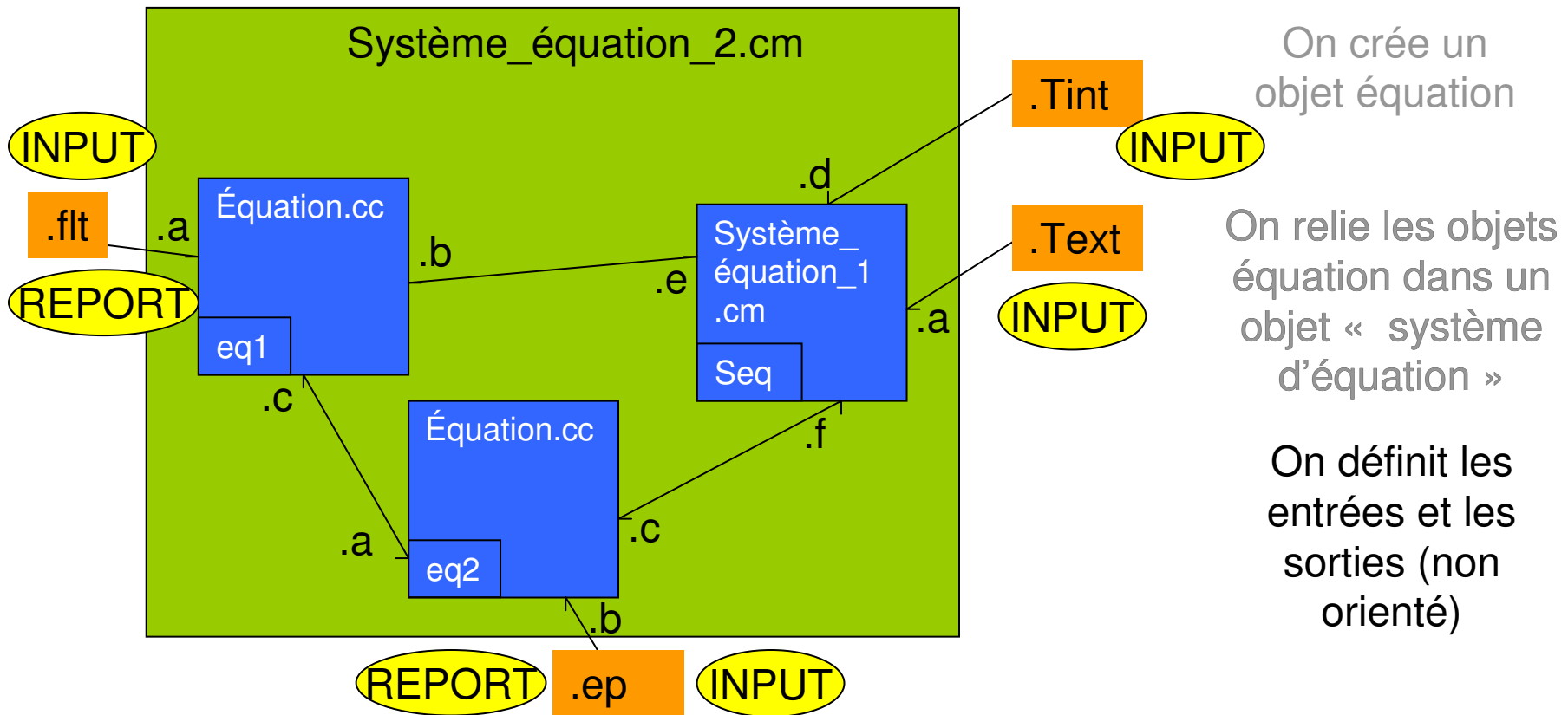
Comment construire un problème

On crée un objet équation



Comment on l'utilise?

On crée un fichier système d'équation (extension « .cm »)



On crée un objet équation

On relie les objets équation dans un objet « système d'équation »

On définit les entrées et les sorties (non orienté)

Comment on l'utilise?

Conclusion

- Très facile d'interchanger des modèles
- Lisibilité des modèles (objets basés sur les équations)
- Non orientation du problème
- Langage simple (pas besoin de connaître fortran, C++...)
- Robustesse du solveur
- Lien avec Energy +
- Gratuit: <http://gundog.lbl.gov/VS/spark.html>

Questions???