Résumé

Schmidt (1980) a montré que si l'orbite $(T_\beta^n(x))$ de tout $x \in \mathbb{Q}(\beta) \bigcap [0,1]$ est finie alors β doit être un nombre de Pisot ou de Salem. Il a conjecturé aussi que ce résultat est vrai dans l'autre sens ce qui implique en particulier que tous les nombres de Salem devraient être des beta-nombres.

Cependant, Boyd (1996) a donné un argument heuristique qui montre l'existence de nombres de Salem de tout degré ≥ 8 qui ne sont pas des beta-nombres.

Dans cette présentation, on donne plusieurs approches distinctes pour essayer de comprendre comment le $\beta-$ développement d'un nombre de Salem se comporte vis-à-vis de certains facteurs particuliers comme la constante de Boyd $C(\beta)$, la trace, la hauteur et le coefficient central du polynôme minimal d'un nombre de Salem.

Dans la première partie, on donne certains résultats sur la dynamique des nombres de Salem de degré 8. On note en particulier qu'il y a une différence remarquable entre le cas des nombres de Salem de degré 8 et les cas de degrés 4 et 6.

Ensuite, en caractérisant les entiers algébriques réciproques de degré $2n$ qui sont des beta-nombres ayant une orbite minimale, on arrive à déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un nombre de Salem soit un beta-nombre ayant une orbite de dimension minimale. Comme conséquence, on en déduit que tous les nombres de Pisot réciproques sont des limites de deux cotés de nombres de Salem qui sont des beta-nombres.

Dans la deuxième partie, on définit des suites particulières de nombres de Salem convergeant vers q pour tout entier $q \geq 2$.

La particularité de ces suites, outre leur simplicité, est qu'elles produisent deux types des nombres de Salem ayant des propriétés dynamiques totalement différentes.

Enfin, nous exploitons une condition suffisante pour qu'un nombre de Pisot soit une limite d'une suite de nombres de Salem qui sont des beta-nombres.