Solutions réelles de systèmes polynomiaux creux supportés par un circuit

Frédéric Bihan

Un fameux théorème de Khovansky donne une borne sur le nombre de solutions réelles d'un système polynomial réel de support un ensemble $\mathcal{A} \subset \mathbf{Z}^n$, qui ne dépend que du nombre de points de $\mathcal{A}$ (une telle borne n'existe pas pour les solutions complexes !). Il est communément admis que la borne donnée par le théorème de Khovansky est "énorme" et a peu de chances d'être exacte en général. Le cas où $\mathcal{A}$ est un ensemble de $n+1$ points formant un n-simplexe est bien connu. On étudie ici le cas où $\mathcal{A}$ est un circuit: un ensemble de $n+2$ points non contenus dans un hyperplan et dont tout sous-ensemble de $n+1$ points forme un n-simplexe. On présente alors une borne supérieure meilleure que celle donnée par le théorème de Khovansky, et qui a l'avantage d'être exacte. Un résultat similaire est obtenu dans le cas d'un circuit "proche".

C'est un travail en commun avec B. Bertrand (Madrid) et F. Sottile (Texas A&M university).