Sur l'intégrabilité des distributions en dimension infinie

En géométrie différentielle classique de dimension finie, le théorème de Frobenius établit une équivalence entre intégrabilité et involutivité pour les distributions C^∞ régulières. Pour des distributions singulières, ce résutat est encore vrai dans le contexte analytique. Par contre, dans le cadre C^∞, on n'a plus l équivalence de ces conditions en toute généralité: l'involutivité n 'est plus une condition suffisante par contre si on impose en plus des "conditions de local finitude" on obtient encore la propriété d'intégrabilité. La relation entre intégabilité et involutivité pour les distributions C^∞ a été complètement clarifiée dans un célèbre travail de H J Sussmann en 1973 ([S]). Dans le cadre de la dimension infinie, pour les variétés banachiques, le théorème de Frobénius est encore valide pour les distributions C^∞ régulières. Par contre, il n'existe pas d'analogue général pour les distributions singulières.

L'exposé consistera à montrer comment les techniques de [S], dans le cadre de la dimension infinie et avec des hypothèses locales appropriées, permettent d'établir un théorème de Frobénius singulier pour les variétés banachiques et hilbertiennes. On en donnera quelques applications, dans ce contexte, pour les variétés de Poisson ainsi que des résultats d'accessibilité en théorie du contrôle

References

[S] H-J. Sussmann: *Orbits of families of vector fields and integrability of distributions*, Trans. Amer. Math. Soc. , vol **80**, p 171-188, (1973).