

Fonctions zeta, fonctions algébriques, et questions de lacunarité

Jean-Louis Verger-Gaugry

LAMA, University Savoie Mont Blanc.

LAMA, 07 avril 2016.

Les fonctions zeta de la théorie des nombres (Riemann,...), de la géométrie (Lefschetz, motivique, ...), provenant de systèmes dynamiques (Artin-Mazur,...), de graphes, ..., se forment localement par des séries de Taylor. Les fonctions algébriques donnent lieu à des séries de Puiseux : formelles, ou de la variable complexe, avec exposants fractionnaires. Ces séries sont caractérisées par un vecteur coefficient.

On regardera les différents alphabets de coefficients et les différents types de vecteur coefficient, en particulier : 1) le type de fonction, formelle, analytique, en fonction de l'alphabet : types de lacunarité, dichotomie de Carlson-Polya, répétitivité asymptotique de symboles, ultime périodicité,... ; de la géométrie du domaine de définition : diamètre transfini de Fekete, d'Amoroso, 2) les valeurs prises au voisinage de singularités (bord naturels, poles) notamment les zéros (théorème de Fuchs), 3) les valeurs transcendentes ou algébriques (théorie de Mahler et développements récents, Thue-Morse, Komornik-Loreti).

On montrera que les fonctions zeta dynamiques limites des systèmes dynamiques de numération (Rényi, Parry) peuvent permettre d'atteindre des problèmes limites de la théorie des nombres (problème de Lehmer pour des familles de trinômes, équidistribution limite de conjugués au sens de Bilu, Pritsker).