Densité locale motivique

Arthur Forey [*]

Séminaire de géométrie (LAMA) - 3/11/15

Soit K un corps muni d'une distance et d'une mesure μ. La densité locale d'un ensemble $X \subseteq K^n$ de dimension d en un point $x \in K^n$ est la limite si elle existe

$$\Theta_d(X, x) = \lim_{r \to 0} \frac{\mu_d(X \cap B(x, r))}{\mu_d(B^d(0, r))},$$

où $B(x, r)$ est la boule de centre x et de rayon r.

Cluckers-Comte-Loeser adaptent dans [1] cette définition aux ensembles définissables p-adiques. Prolongeant ce travail, je vais définir une notion de densité locale pour les ensembles définissables dans des corps valués Henséliens de caractéristique nulle. La mesure est fournie par la théorie de l'intégration motivique de Cluckers-Loeser [2], la densité locale motivique est donc un élément du groupe de Grothendieck des variétés sur le corps résiduel.

En utilisant une notion de stratifications de Verdier pour les corps Henséliens, on étudie une famille de cônes tangents et montre qu'il y a un cône distingué sur lequel on peut calculer la densité locale, par analogie avec les travaux de Thie et Kurdyka-Raby dans les cas complexes et réels.

[1] Raf Cluckers, Georges Comte, and François Loeser. Local metric properties and regular stratifications of p-adic definable sets. *Comment. Math. Helv.*, 87(4) :963–1009, 2012.

[2] Raf Cluckers and François Loeser. Motivic integration in all residue field characteristics for Henselian discretely valued fields of characteristic zero. *J. Reine Angew. Math.*, 701 :1–31, 2015.

[*]Institut de Mathématiques de Jussieu, arthur.forey@imj-prg.fr